

Úttekt á stærðfræðikennslu í framhaldsskólum

Maí 2014

Anna Helga Jónsdóttir, Eggert Briem,
Freyja Hreinsdóttir, Freyr Þórarinnsson,
Jón Ingólfur Magnússon, Rögnvaldur G. Möller

©Anna Helga Jónsdóttir, Eggert Briem, Freyja Hreinsdóttir, Freyr Þórarinnsson, Jón Ingólfur Magnússon og Rögnvaldur G. Möller, 2014.

Úttekt unnin á vegum Mennta- og menningarmálaráðuneytisins 2014.

Efnisyfirlit

Efnisyfirlit	i
Inngangur	iii
Helstu niðurstöður	1
Tillögur til úrbóta	3
1 Framkvæmd, aðferðafræði og uppbygging skýrslu	5
1.1 Framkvæmd	5
1.2 Aðferðafræði og uppbygging skýrslunnar	6
2 Markmið stærðfræðináms	9
2.1 Markmið í lögum	9
2.2 Markmið í aðalnámskrá	9
2.3 Viðmið háskóla	12
3 Skólar, nemendur, kennarar og kennsluefni	15
3.1 Skólarnir	15
3.2 Nemendur	16
3.3 Kennarar	20
3.4 Viðhorf til stærðfræði	24
3.5 Kennsluefni	25
4 Nám og kennsla	31
4.1 Áfangarnir þrír	31
4.2 Kennsluhættir	40
5 Árangur	47

5.1	Könnunarpróf	47
5.2	Umsagnir háskólakennara	50
5.3	Ályktanir og tillögur	51
6	Niðurstöður og ábendingar	53

Inngangur

Á fyrri hluta árs 2012 fól Mennta- og menningarmálaráðuneytið Jóni Ingólfi Magnússyni og Rögnvaldi G. Möller að velja hóp fólks til að skoða og greina stærðfræðikennslu á framhaldsskólastigi. Hópnum var falið að skrifa skýrslu um fyrirkomulag, framkvæmd og árangur af stærðfræðikennslu í framhaldsskólum, sem að gagni mætti koma til að efla kennsluna og bæta. Fyrir valinu varð fólk, sem starfar hvorki við framhaldsskóla né ráðuneytið, en hefur reynslu og þekkingu á viðfangsefninu. Skýrsluhöfundar eru:

- Anna Helga Jónsdóttir doktorsnemi í tölfraði við Háskóla Íslands. Hún hefur töluverða reynslu af kennslu nýnema í því fagi við skólann og jafnframt vinnur hún að gerð hugbúnaðar til stærðfræðikennslu í framhaldsskólum og rannsóknum á notagildi slíks hugbúnaðar.
- Freyja Hreinsdóttir dósent í stærðfræði við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún hefur víðtæka reynslu af kennslu nýnema við HÍ og aðra háskóla en jafnframt hefur hún kennt kennslufræði fyrir framhaldsskólakennara. Einnig má geta þess að hún hefur verið frumkvöðull í innleiðingu GeoGebru hugbúnaðarins á Íslandi og hefur staðið að símenntunarnámskeiðum fyrir starfandi kennara í notkun hans.
- Freyr Þórarinsson doktor í jarðeðlisfræði, sem hefur margþætta reynslu af kennslu í stærðfræði og beitingu hennar í atvinnulífinu. Annars vegar kenndi hann stærðfræði árum saman við Verzlunarskólann og síðar Tölvuháskóla Verzlunarskólans og hins vegar starfaði hann um langt skeið hjá Orkustofnun, Íslenskri erfðagreiningu og Íslandsbanka.
- Jón Ingólfur Magnússon og Rögnvaldur G. Möller prófessorar í stærðfræði við Verkfræði- og náttúruvísindasvið Háskóla Íslands og Eggert Briem prófessor emeritus á sama stað. Allir hafa þeir áratuga reynslu af kennslu nýnema við HÍ og tengjast ennfremur framhaldsskólanum með ýmsum hætti, má þar til dæmis nefna setu í skólanefndum, vinnu við stærðfræðikeppni framhaldsskólanema, prófdómarastörf og endurmenntun framhaldsskólakennara.

Verkið hófst með því að hópurinn og ráðuneytið komu sér saman um nýu framhaldsskóla og fjóra stærðfræðiáfanga, sem teknir yrðu til skoðunar (sjá kafla 1). Skýrsluhöfundum var síðan falið að kanna kennslu, námsmat og námsárangur í þessum áföngum í skólunum nú, meðal annars með tilliti til aðalnámskrár framhaldsskóla, sem gefin var út af ráðuneytinu 2011. Úttektin byggði síðan á kennsluefni, kennsluáætlunum, prófverkefnum og öðrum námsverkefnum, viðtölum við nemendur, kennara og skólastjórnendur jafnframt því sem skýrsluhöfundar sátu í kennslustundum.

Skýrsluhöfundar þakka þeim fjölmörgu skólastjórnendum, kennurum og nemendum sem gáfu sér tíma til að ræða málin og urðu við sífelldum óskum um meiri og ítarlegri gögn af ýmsu tagi.

Helstu niðurstöður

Hér er að finna yfirlit yfir helstu niðurstöður skýrslunnar. Ítarlegri greinargerð um þessi atriði er í kaflanum *Niðurstöður og ábendingar* (sjá kafla 6). Eðli málsins samkvæmt er fjallað um hluti sem betur mættu fara og bent á mögulegar úrbætur, en í skýrslunni kemur einnig fram að margt er vel gert í stærðfræðikennslu í framhaldsskólum.

- Samráð um stærðfræðikennslu er lítið, annars vegar milli framhaldsskólanna innbyrðis og hins vegar milli grunnskólans og framhaldsskólans. Ennfremur er lítið samráð milli framhaldsskólastigsins og háskólastigsins.
- Skortur er á vönduðu kennsluefni í stærðfræði fyrir framhaldsskóla.
- Ekkert gæðaeftirlit er með kennsluefni sem notað er við stærðfræðikennslu í framhaldsskólum.
- Lítið eftirlit er með því hvort skólarnir sinni sínu hlutverki og nái settum markmiðum í stærðfræðikennslu.
- Menntun stærðfræðikennara er ábótavant.
- Endurmenntun kennara er illa sinnt.
- Nokkuð stór hópur nemenda kemur úr grunnskóla með ákaflega litla kunnáttu í stærðfræði.
- Nám í stærðfræði á þeim námsbrautum framhaldsskólans sem krefjast lítillar stærðfræði samræmist ekki lokamarkmiðum námsbrautanna.
- Fjölmargir nemendur í framhaldsskólum vinna svo mikið með náminu að það skaðar námsárangur þeirra.
- Tölfræðinám í framhaldsskólum er almennt ekki gott.
- Mikill munur er á áföngum milli skóla bæði hvað snertir innihald og námskröfur.
- Á heildina lítið eru framhaldsskólarnir fjarri því að uppfylla þær kröfur, sem settar eru fram í áfangalýsingum aðalnámskrár frá 1999 og hæfniprepum í aðalnámskrá frá 2011.
- Í mörgum tilvikum virðist áherslan vera á að nemendur læri tiltekna aðferðir við að leysa ákveðnar gerðir verkefna en stór hluti þeirra markmiða sem sett eru fram í aðalnámskrá gleymist.

-
- Nýta þarf tímann í kennslustundum betur – of mikið er um að nemendur mæti seint og hugur þeirra sé ekki við námið.
 - Sumir framhaldsskólar útskrifa nemendur af náttúrufræðibraut með prófgráður sem standa ekki undir nafni. Hér er átt við að samkvæmt prófgráðunum ættu nemendurnir að hafa traustan grunn fyrir tiltekið háskólanám, en ráða í reynd illa við það sökum lélegs undirbúnings.
 - Sumir framhaldsskólar hafa ekki nægilega vel menntaða kennara til að starfrækja náttúrufræðibrautir.

Tillögur til úrbóta

Hér eru helstu tillögur skýrslunnar um hvernig bæta megi stærðfræðinám í framhaldsskólum, en ítarlegri umfjöllun er í kaflanum *Niðurstöður og ábendingar* (sjá kafla 6). Ljóst er að þessum tillögum verður ekki hrint í framkvæmd nema undir virkri forystu ráðuneytis menntamála.

- Koma á fót *fagráði* í stærðfræði sem meðal annars hefði umsjón með endurmenntun kennara, kennsluefni og kennslu í framhaldsskólalærðfræði.
- Auka samráð um stærðfræðikennslu. Í fyrsta lagi milli kennara í framhaldsskólum, í öðru lagi milli kennara sem kenna í efri bekkjum grunnskóla og kennara sem kenna í fyrstu bekkjum framhaldsskóla og í þriðja lagi milli kennara, sem kenna framhaldsskólanemum sem hyggja á stærðfræðitengt háskólanám og kennara sem kenna nýnemum á háskólastigi.
- Setja upp ritstýrðan vef með kennsluefni þar sem stærðfræðikennarar í framhaldsskólum hafi aðgang að rafrænu efni, svo sem verkefnum og talglærum.
- Fylgjast betur með því hvort skólarnir sinni sínu hlutverki og nái þeim markmiðum sem þeim eru sett samkvæmt aðalnámskrá ráðuneytisins og lögum um framhaldsskóla.
- Gera átak til að fjölga nýjum stærðfræðikennurum með fullnægjandi menntun í stærðfræði. Hvetja framhaldsskólakennara í stærðfræði, sem hafa ófullnægjandi menntun, til að afla sér aukinnar menntunar og gera þeim það sem auðveldast.
- Gera átak í endurmenntun framhaldsskólakennara. Í því sambandi þarf sérstaklega að koma til móts við kennara sem starfa utan suðvestur hornsins.
- Fylgjast reglulega með kunnáttu grunnskólanema í stærðfræði og hjálpa þeim sem dregist hafa aftur úr.
- Endurskoða frá grunni námsefni í stærðfræði á þeim námsbrautum framhaldsskólans sem krefjast lítillar stærðfræði og samræma það lokamarkmiðum þeirra.
- Nýta kennslustundir betur. T.d. með því að ganga eftir að nemendur séu mættir þegar kennslustund hefst og símar og tölvur séu aðeins notuð í kennslustundum ef það tengist þeim viðfangsefnum sem fengist er við.
- Koma tölfræðikennslu í betra horf. Þeir kennarar sem kenna tölfræði hafa yfirleitt litla formlega menntun á því sviði og gera ætti þeim kleift að bæta úr því, til dæmis með sumarnámskeiðum. Kennslubókakostinn í tölfræði þarf einnig að laga hið snarasta því hann er ófullnægjandi.

-
- Framhaldsskólar sem hafa ekki nægilega vel menntaða kennara í stærðfræði (og raungreinum) ættu ekki að bjóða upp á nám á náttúrufræðibraut nema í undantekningartilfellum og þá í nánú samstarfi við skóla sem hefur öflugna náttúrufræðibraut.

1. kafli

Framkvæmd, aðferðafræði og uppbygging skýrslu

1.1. Framkvæmd

Til þátttöku í úttektinni voru valdir níu framhaldsskólar: Fjölbrautaskólinn í Breiðholti (FB), Framhaldsskólinn í Vestmannaeyjum (FíV), Fjölbrautaskóli Suðurlands (FSu), Menntaskólinn á Akureyri (MA), Menntaskólinn á Egilsstöðum, Menntaskólinn í Kópavogi (MK), Menntaskólinn í Reykjavík (MR), Menntaskólinn við Sund (MS) og Tækniskólinn (TS). Þeir voru valdir með það fyrir augum að endurspeglar hve framhaldsskólar landsins eru ólíkir.

Ákveðið var að eingöngu yrði horft á nám nemenda á fyrstu önn (STÆ102/103 eða sambærilegt nám), nám í tölfræði (STÆ313 eða sambærilegt nám) og nám sambærilegt við STÆ503 sem er síðasti stærðfræðiáfangi á náttúrufræðabraut í mörgum skólum. Grunnviðmiðun varðandi innihald áfanganna er aðalnámskráin frá 1999¹. Áfangarnir voru valdir í því augnamiði að kanna í fyrsta lagi hvernig tekið væri við nemendum úr grunnskóla, í öðru lagi hvernig skólum gengi að fást við tölfræði sem er fag með breiða skírskotun t.d. til félags- og lífvísinda en stendur um leið dálítið til hliðar við annað nám í stærðfræði, og í þriðja lagi hvernig framhaldsskólum gengi að undirbúa nemendur fyrir stærðfræðitengt háskólanám.

Skólunum var tilkynnt um úttektina í bréfi dagsettu 19. nóvember 2012. Í bréfinu segir meðal annars:

Gert er ráð fyrir að niðurstöður úttektarinnar muni gefa gagnlegar upplýsingar um fyrirkomulag, framkvæmd og árangur af stærðfræðikennslu í framhaldsskólum. Markmið með úttektinni er að afla upplýsinga um framkvæmd stærðfræðikennslu í tilteknum áföngum með tilliti til aðalnámskrár framhaldsskóla. Úttektin mun m.a. beinast að kennsluháttum, námsmati, námsgögnum og árangri af kennslunni.

Um miðjan janúar 2013 var haft samband við skólustjórnendur og þeir beðnir að senda nefndinni kennsluáætlanir, skilaverkefni og próf í fyrrgreindum áföngum. Ennfremur

¹Hér eftir verður vísað til stærðfræðihluta námskrárinnar frá 1999 sem *aðalnámskrá 1999*. Stærðfræðihluti aðalnámskrár frá 1999 er aðgengilegur á vefsíðu Mennta- og menningarmálaráðuneytis <http://www.menntamalaraduneyti.is/utgefingid-efni/namskrar/adalnamskra-framhaldsskola/>.

var beðið um upplýsingar um skólanámskrár, menntun kennara og gengi nemenda í áföngunum. Á vormisseri 2013 var unnið úr aðsendum gögnum. Auk þessa skiptu skýrsluhöfundar með sér verkum og lásu allar þær kennslubækur sem notaðar eru í skólunum í áföngunum fjórum. Þegar framkvæmd áfanganna var kortlögð eftir skólum kom í ljós að mikill munur er á skipulagi, námsefni og námskröfum.

Í kjölfarið heimsóttu skýrsluhöfundar skólana, kynntu sér kennslu í áföngunum og ræddu við skólastjórnendur, kennara og nemendur og fylgdust með kennslustundum. Auk hinna formlegu viðtala, þar sem notaðir voru fyrirfram útbúnir viðtalsrammar, ræddu höfundar óformlega við kennara í tengslum við heimsóknir í kennslustundir til að afla upplýsinga um einstök atriði varðandi nám og kennslu. Þessar heimsóknir hófust á vormánuðum 2013, en flestar fóru þær fram haustið eftir. Rætt var við skólastjórnendur í öllum skólunum, 24 kennara (einstaklingsviðtöl) og yfir 70 nemendur (oftast tvo og tvo saman). Einnig var leitað til nokkurra háskólakennara og rætt við sviðsforseta Verkfræði- og náttúruvísindasviðs HÍ og deildarforseta Tækni- og verkfræðideildar HR til að fá álit þeirra á hve vel nýstúdentar væru búnir undir nám sem reyndi verulega á stærðfræði.

Því til viðbótar kynntu skýrsluhöfundar sér fjölmargar greinar, skýrslur og úttektir um skólastarf og menntamál.

1.2. Aðferðafræði og uppbygging skýrslunnar

Við úttektina var tekið mið af svokölluðu CIPP-líkani fyrir mat á námi (fyrst sett fram af D. Stufflebeam og síðan verið víða notað og þróað)². Í CIPP-líkaninu er matinu skipt í fjóra þætti *Samhengi* (e. *Context*), *Bjargir* (e. *Input*), *Framkvæmd* (e. *Process*) og *Árangur* (e. *Product*). Kaflaskiptingin í skýrslunni er í grófum dráttum í samræmi við þessa fjóra þætti CIPP-líkansins.

Í kafla 2 hér á eftir er gerð stuttlega grein fyrir markmiðum sem framhaldsskólum eru sett í lögum og aðalnámskrá³. Sérstaklega eru dregin fram markmið sem tengjast námi í stærðfræði og horft til þeirra áfanga sem eru til skoðunnar.

Nám og kennsla fer fram í *skólum*, með þátttöku *nemenda* og *kennara* sem nýta sér það *kennsluefni* sem er í boði. Í kafla 3 er stutt umfjöllun um þessa fjóra þætti. Skólunum sem taka þátt í úttektinni er lýst og dregið fram hve ólíkir þeir eru í veigamiklum atriðum. Fjallað er um nemendur og undirbúning þeirra til að takast á við stærðfræðinámi. Menntun stærðfræðikennara og tækifæri þeirra til símenntunar og starfsþróunnar eru skoðuð og gerð er grein fyrir því kennsluefni sem er í boði.

²Stufflebeam, Daniel L. "Evaluation as Enlightenment for Decision Making." In Walcott, A. Beaty(ed.) *Improving Educational Assessment and an Inventory of Measures of Affective Behavior*. Washington, D.C.: Assoc. for Supervision and Curriculum Development, 1969.

³Í skýrslunni vísar *aðalnámskrá* til *Aðalnámskrár framhaldsskóla – almenns hluta* frá 2011. Aðalnámskráin er aðgengileg á vef Mennta- og menningarmálaráðuneytis <http://www.menntamalaraduneyti.is/utgefingid-efni/namskrar/adalnamskra-framhaldsskola/>.

KAFLI 1. FRAMKVÆMD, AÐFERÐAÐFRÆÐI OG UPPBYGGING SKÝRSLU

Kafla 4 er um tilhögun náms og kennslu. Gerð er grein fyrir þeim efnisatriðum sem fjallað er um í áföngunum, en sú athugun sýnir að mikill munur er á skólunum á því hvaða efnisatriði eru tekin fyrir og þeim efnistöðum sem er beitt. Einnig er rætt um kennsluhætti og námsmat.

Í kafla 5 er reynt að meta árangurinn af stærðfræðikennslunni. Sérstök áhersla er á spurninguna um hversu vel framhaldsskólarnir ná að undirbúa nemendur undir nám sem reynir verulega á kunnáttu og færni í stærðfræði.

Í lokakaflanum eru helstu niðurstöður skýrslunnar og ábendingar um úrbætur dregnar saman.

1.2. AÐFERÐAFRÆÐI OG UPPBYGGING SKÝRSLUNNAR

2. kafli

Markmið stærðfræðináms

2.1. Markmið í lögum

Í 2. gr. laga um framhaldsskóla frá 2008¹ er hlutverk framhaldsskóla skilgreint:

Hlutverk framhaldsskóla er að stuðla að alhliða þroska allra nemenda og virkri þátttöku þeirra í lýðræðisþjóðfélagi með því að bjóða hverjum nemenda nám við hæfi.

Framhaldsskólar búa nemendur undir þátttöku í atvinnulífínu og frekara nám. Þeir skulu leitast við að efla færni nemenda í íslensku máli, bæði töluðu og rituðu, efla siðferðisvitund, ábyrgðarkennd, víðsýni, frumkvæði, sjálfstraust og umburðarlyndi nemenda, hjálfa þá í öguðum og sjálfstæðum vinnubrögðum, jafnrétti og gagnrýninni hugsun, kenna þeim að njóta menningarlegra verðmæta og hvetja til þekkingarleitar. Framhaldsskólar sinna miðlun þekkingar og hjálfun nemenda þannig að þeir öðlist færni til að gegna sérhæfðum störfum og hafi forsendur til að sækja sér frekari menntun.

Aðeins er vikið einu sinni beint að stærðfræði í lögnum. Það er í 18. gr. þar sem fjallað er um stúdentspróf, en sú grein hljóðar svo:

Til að útskrifast með stúdentspróf frá framhaldsskóla skal nemandi hafa lokið námi með fullnaðarárangri samkvæmt námskrá og námsbrautarlýsingu sem hlotið hefur staðfestingu ráðherra, sbr. 23. gr. Námsbraut til stúdentsprófs skal innihalda að lágmarki 45 námseiningar er skiptast milli náms í kjarnagreinum framhaldsskóla, þ.e. íslensku, stærðfræði og ensku, samkvæmt nánari ákvæðum í aðalnámskrá. Stúdentspróf miðar m.a. að því markmiði að undirbúa nemendur undir nám á háskólastigi. Við mat á námsbrautarlýsingu til stúdentsprófs og staðfestingu ráðherra á henni skal það vera tryggt að prófið uppfylli almennar kröfur háskóla um undirbúning fyrir nám á háskólastigi.

2.2. Markmið í aðalnámskrá

Aðalnámskráin frá 2011 kveður á um hlutverk og starf framhaldsskóla.

Í megintexta aðalnámskrár frá 2011 er grundvallarmarkmiðum náms í framhaldsskóla

¹Lög nr. 92 frá 2008

lýst í tengslum við „grunnþætti menntunar“ sem eru *læsi, sjálfbærni, heilbrigði og velferð, lýðræði og mannréttindi, jafnrétti og sköpun*. Þessum grunnþáttum er lýst í þemaheftum sem eru aðgengileg á heimasíðu Mennta- og menningarmálaráðuneytis². Helst er það í heftinu um *sköpun* sem minnst er á stærðfræði (sjá bls. 32) en þar er bent á nokkrar leiðir til skapandi náms og kennslu í stærðfræði. Í heftunum um *heilbrigði og velferð* og *jafnrétti* er bent á möguleikann að nota raunveruleg gögn tengd þessum þáttum í stærðfræðinámi og samþættingu námsgreina.

Á bls. 31–37 í aðalnámskránni er fjallað um *lykilhæfni*, en eins og segir í aðalnámskránni, bls. 31: „Lykilhæfni er ætlað að tengja grunnþættina við markmið um hæfni nemenda að loknu námi.“ Hluti af lykilhæfni er „Læsi, tjáning og samskipti um tölur og upplýsingar“, sjá bls. 36–37. Meðal þeirra atriða sem talin eru upp sem lykilhæfni eru að nemandi „getur tjáð sig um og hagnýtt tölur og upplýsingar í menntun sinni og menningu“ og „getur aflað sér gagna, flokkað og nýtt sér upplýsingar á gagnrýninn hátt“.

Í aðalnámskránni frá 1999 er einstökum áföngum lýst með ítarlegri upptalningu efnisatriða og lýsingu á námsmarkmiðum, en í aðalnámskránni frá 2011 eru ekki nákvæmar áfangalýsingar. Í viðauka 3 í aðalnámskránni frá 2011 eru hins vegar sett fram lýsingar á fjórum hæfniprepum í stærðfræði. Hér er um að ræða útfærslu fyrir stærðfræði á almennum hæfniprepum, sem er að finna í kafla 7 í aðalnámskrá frá 2011. Fyrsta þrep lýsir þekkingu, leikni og hæfni sem nemandi á að hafa öðlast að grunnskólanámi loknu. Almennt virðist gert ráð fyrir að fyrstu þrjú áfangar í stærðfræði tilheyri 1. og 2. hæfnisþrepi og áfangar þar umfram tilheyri 3. hæfnisþrepi, nema hugsanlega síðustu áfangarnir fyrir þau sem fara lengst í stærðfræði í framhaldsskólum. Ef litið er á áfangana sem hér eru til skoðunar er ljóst að áfangarnir STÆ102 og STÆ103 tilheyra 1. eða 2. hæfnisþrepi og áfanginn STÆ503 3. hæfnisþrepi. Áfanginn STÆ313 hefur hins vegar nokkra sérstöðu meðal annarra stærðfræðiáfanga framhaldsskólans og er á mótum 2. og 3. hæfnisþreps.

Þegar markmiðslýsingar aðalnámskrárinnar frá 1999 og lýsingar á einstaka áföngum eru bornar saman við hæfniprep aðalnámskrárinnar frá 2011 er munurinn ekki mikill og flest atriði koma fyrir í báðum námskránum. Þegar lýsing á lokamarkmiðum stærðfræði á náttúrufræðibraut í stærðfræðihluta aðalnámskrár frá 1999 (sjá bls. 27) er borin saman við hæfniprep 3 í aðalnámskránni frá 2011 virðist sem aukin áhersla sé á hæfni til stærðfræðilegrar hugsunar af ýmsu tagi. Sama virðist eiga við ef lokamarkmið stærðfræði á félagsfræðabraut og málabraut (sjá bls. 28 í stærðfræðihluta aðalnámskrár frá 1999) eru borin saman við hæfniprep 2.

Framhaldsskólar eiga að semja skólanámskrár, eða eins og segir á bls. 10 í aðalnámskrá frá 2011: „Í skólanámskrám sem gefnar eru út í einstökum skólum er stefna aðalnámskrár útfærð í samræmi við stefnu á hverjum stað, nemendahóp, faglega áherslu og sérkenni í hverju tilviki.“ Í MA (2011), ME (2013) og TS (2014) hefur ný skólanámskrá tekið gildi í samræmi við aðalnámskrá frá 2011 en í hinum skólunum er unnið

²<http://www.menntamalaraduneyti.is/utgefing-efni/namskrar/themahefti-menntunar/>

að gerð nýrra skólanámskráa.

Í hæfniþreppunum felast hvorki nákvæm fyrirmæli um hvaða efni eigi að taka fyrir né lýsing á hvernig eigi að raða efni niður á áfanga eða námsár. Almennt má þó segja að skilgreiningar áfanga í skólunum séu keimlíkar skilgreiningum áfanga úr aðalnámsskránni frá 1999, hvort sem skólar hafa sett sér nýjar skólanámskrár eða nota enn eldri námskrár. TS hefur að vísu breytt fyrstu tveimur áföngunum (STÆ1BB03AT og STÆ2BR03BT) verulega frá þeirri lýsingu sem er í aðalnámsskránni frá 1999 á áföngunum STÆ102 og STÆ122, en þeir voru áður fyrstu áfangarnir sem flestir nemendur TS tóku. Eftir breytinguna eru viðfangsefnið mun fjölbreyttari en áður, t.d. eru komin inn atriði úr tölfræði og líkindareikningi, og minni áhersla er á algebru.

Starf framhaldsskólanna gæti breyst töluvert þegar þeir fara að starfa eftir námskránni frá 2011 því skólarnir hafa frjálsari hendur en áður um skipulag námsins og inntak námsefnis. Lögin um framhaldsskóla og nýja námskráin kveða hins vegar á um margþætt eftirlit og mat á starfi skólanna af hálfu ráðuneytisins³.

Hér að ofan er fjallað um hinar formlegu námskrár. Í kafla 4 hér á eftir þegar fjallað er um áfangana fjóra sem eru til skoðunar verður sérstaklega rýnt í hina *virku námskrá*, þ.e.a.s. hvað er í raun kennt og hvaða efnistökom er beitt, og hina *prófuðu námskrá*, þ.e.a.s. hvaða atriði koma fyrir í námsmati.

Ályktanir og tillögur

- Þáttur stærðfræði og tölfræði er rýr í þemaheftunum. Reyndar finnst orðið *tölfræði* hvergi í þeim. Í aðalnámsskrá kemur orðið *talnalæsi* einu sinni fyrir en aldrei í þemaheftum og orðið *fjármálalæsi* kemur einu sinni fyrir í aðalnámsskránni og tvisvar í þemaheftinu um sjálfbærni. Það er skoðun skýrsluhöfunda að talnalæsi og skilningur á notkun tölfræði í úrvinnslu og framsetningu gagna og við að draga ályktanir af gögnum séu meðal grunnstoða upplýstrar umræðu í lýðræðisþjóðfélagi. Þessi skilningur er nauðsynlegur til að einstaklingur geti tekið upplýstar ákvarðanir í málum varðandi eigin velferð.
- Framhaldsskólinn ætti að leggja sérstaka áherslu á talnalæsi, í sem víðustum skilningi þess orðs, skilning á aðferðum tölfræðinnar og hæfni til að lesa úr tölulegum gögnum á gagnrýninn hátt. Sérstaklega ætti að leggja áherslu á þessi atriði á þeim námsbrautum þar sem aðeins er gert ráð fyrir lítilli stærðfræði.
- Skýrsluhöfundar eru efins um að þau markmið sem eru sett eru fram í hæfniþreppunum fjórum í aðalnámsskrá séu að öllu leyti raunhæf, nema markmiðin séu túlkuð þrengra en felst beint í orðanna hljóðan. Eins og vikið verður að síðar í þessari skýrslu er það mat skýrsluhöfunda að mikið vanti upp á að þessum markmiðum sé almennt náð í framhaldsskólum og mörgum þessara markmiða virðist lítið sem ekkert sinnt.
- Það er mat skýrsluhöfunda að nemandi sem hefur gott vald á atriðunum sem

³Sjá m.a. kafla VII í Lögum um framhaldsskóla nr. 92 frá 2008 og kafla 3 og 17 í aðalnámsskránni frá 2011.

koma fyrir í 2. hæfniprepi og drjúgum hluta þeirra atriða sem talin eru upp í hæfniprepi 3 hafi nógu góðan undirbúning til að takast á við háskólanám sem reynir verulega á kunnáttu í stærðfræði, t.d. nám í verkfræði. Í ljósi niðurstaðna í köflum 4 og 5 hafa skýrsluhöfundar hins vegar efasemdir um að raunhæft sé að óbreyttu að búast við að þessi markmið náist.

- Ein af megin tillögum skýrslunnar er að á vegum Mennta- og menningarmálaráðuneytis starfi sérstakt fagráð í stærðfræði. Eitt af verkefnum fagráðsins sé að gefa skólunum ráð um stærðfræðinám og skipulag þess og þátttaka í virku gæðaeftirlit með stærðfræðimenntun. Fagráðið myndi líka koma að setningu viðmiða og staðla, t.d. samningu viðmiðunarprófa og gerð könnunarprófa sbr. 30. gr. í lögum um framhaldsskóla nr. 92 frá 2008.

2.3. Viðmið háskóla

Eins og kemur fram hér að ofan er ætlast til að nám til stúdentsprófs sé skipulagt þannig að að nemandi uppfylli að því loknu almennar kröfur um undirbúning fyrir nám á háskólastigi.

Að beiðni Mennta- og menningarmálaráðuneytisins vinna háskólar landsins nú að gerð aðgangsviðmiða fyrir háskólanám í hinum ýmsu greinum. Í aðgangsviðmiðunum er miðað við hæfniprepin í aðalnámskránni. Skýrsluhöfundar hafa kynnt sér aðgangsviðmið HA, HÍ, HR, Hólaskóla, Landbúnaðarháskólans og Háskólans á Bifröst. Aðeins viðmið Háskólans á Bifröst⁴ og Hólaskóla⁵ hafa verið birt opinberlega þegar þetta er ritað. Viðmiðin eru ólík milli skóla og deilda og í sumum tilfellum er mismunur á milli skóla á aðgangsviðmiðum í nám í sömu fræðigrein.

Séu aðgangsviðmið hvað varðar stærðfræði dregin saman í stuttu máli þá eru aðgangsviðmið í BA nám í félagsvísindum og menntavísindum oftast stærðfræði á 2. hæfniprepi (3. hæfniprepi hjá Háskólanum á Bifröst og 3. hæfniprep í nám í hagfræði við HÍ) og er sérstaklega minnst á undirbúning í líkindafræði og tölfræði varðandi margar námsleiðir. Í heilbrigðisvísindum er almennt viðmið fyrir flestar námsbrautir stærðfræði á 3. hæfniprepi og er miðað við að lágmarki 10 framhaldsskólalæiningar (fein) á 3. hæfniprepi. Margar námsbrautir geta sérstaklega um algebru og tölfræði í þessu sambandi. Í verkfræði, tæknifræði og náttúruvísindum er viðmiðið stærðfræði á 3. hæfniprepi (nema í land- og ferðamálafræði við HÍ þar sem viðmiðið er 2. hæfniprep). Í þeim greinum þar sem reynir verulega á stærðfræðiundirbúning, svo sem stærðfræði, eðlisfræði og verkfræði er mælt með 15-25 framhaldsskólalæiningum í stærðfræði á 3. hæfniprepi. Þessi viðmið eru í samræmi við fyrri viðmið HÍ og HR um undirbúning, sjá t.d. ýtarleg viðmið HÍ í kennsluskra⁶.

⁴Sjá, <http://www.bifrost.is/islenska/namsleidir/adgangsviðmid/> Sótt 15.03.2014.

⁵Sjá t.d. <http://www.holar.is/ferdamaladeild/nam>. Sótt 15.03.2014.

⁶<https://ugla.hi.is/kennsluskra/index.php?tab=skoli&chapter=content&id=30327&kennsluar=2014>. Sótt 26.02.2014.

Ályktanir og tillögur

- Háskólarnir þurfa að koma mikilvægi stærðfræði í undirbúningi fyrir háskólanám skýrt á framfæri við framhaldsskóla og nemendur þeirra. Brýnt er að framhaldsskólarnir og framhaldsskólakennarar fái nákvæmar upplýsingar um þá þekkingu, leikni og hæfni í stærðfræði sem háskólar gera ráð fyrir hjá nýnemum. Á hinn bóginn er líka mikilvægt að háskólakennarar, einkum þeir sem kenna nýnemum stærðfræði, viti hvaða stærðfræði er kennd í framhaldsskólum og hvernig hún er framreidd. Það er því brýnt að kennarar á báðum skólastigum hafi með sér samráð.
- Í viðmiðum háskólanna kemur fram mikil áhersla á undirbúning nýnema í líkindafræði og tölfræði. Í ljósi þessa leggja skýrsluhöfundar til að kennsla í líkindafræði og tölfræði verði eflid og gert sé ráð fyrir námi í líkindafræði og tölfræði á öllum námsbrautum til stúdentsprófs.

3. kafli

Skólar, nemendur, kennarar og kennsluefni

3.1. Skólarnir

Við val á skólum til úttektar var haft í huga hve íslenskir framhaldsskólar eru breytilegir að stærð, gerð og markmiðum.

Tafla 3.1: Einkenni skólanna. Í dálknum *fjöldi nemenda* er fjöldi skráðra nemenda í viðkomandi skóla haustið 2011¹. Inni í tölunum eru nemendur í kvöldskóla og fjarnámi. Í dálknum *Einkunn nýnema* er meðaleinkunn úr grunnskóla í íslensku, ensku og stærðfræði þeirra nýnema (fæddra 1996) sem hófu nám haustið 2012². Í dálkunum *námstími til stúdentsprófs* er meðalnámstími þeirra sem innrituðust 2007 og höfðu lokið stúdentsprófi vorið 2013.³

Skóli	Bók-nám	Verk-nám	Fjöldi nemenda	Einkunn nýnema	Námstími til stúdentspróf
FB	X	X	2.189	6,06	4,9
FrV	X	X	257	7,11	3,6
FSu	X	X	1.010	6,98	4,0
MA	X		740	8,21	4,1
ME	X		508	7,45	3,9
MK	X	X	1.323	6,97	4,4
MR	X		890	9,10	4,1
MS	X		769	7,81	4,1
TS	X	X	2.647	6,65	5,2

¹Tölurnar koma úr: *Hagtíðindi. Skráðir nemendur í framhalds- og háskólum haustið 2011*. Útgefið af Hagstofu Íslands 2012 og aðgengilegt á <http://www.hagstofa.is/Utgafur/Utgafur-efni/Skolamal>

²Tölurnar eru fengnar úr skýrslu Mennta- og menningarmálaráðuneytis *Brothvarf úr framhaldsskólum, Vor 2013*. Aðgengilegt á <http://www.menntamalaraduneyti.is/utgafuskra>

³Sjá svar mennta- og menningarmálaráðherra við fyrirspurn á alþingi haustið 2013, 36. mál á 143. lög-gjafarþingis, sjá <http://www.althingi.is/dba-bin/feri11.pl?1tg=143&mnr=36>.

Saga skólanna og aðstæður eru mjög ólíkar. Sumir skólanna eru í nýlegu húsnæði sem er sérhannað fyrir skólastarf, á meðan aðrir eru í eldra húsnæði sem í sumum tilvikum hentar afar illa og skerðir möguleika á hagkvæmu og fjölbreyttu skólastarfi.

MR og MS eru bekkjaskólar með hefðbundnu sniði þar sem nám til stúdentsprófs er skipulagt sem ein heild fyrir hverja námsbraut. MA er líka bekkjaskóli, en námið er skipulagt út frá áfangakerfi. Hinir skólarnir sex eru áfangaskólar. Fimm þeirra skipuleggja námið í önnum þar sem kennsla hverja önn er 14-15 vikur, en ME starfar samkvæmt *spannakerfi* þar sem grunntímabil hvers áfanga er kallað *spönn* og nær yfir hálfra önn.

Á vegum Mennta- og menningarmálaráðuneytis hafa nýlega verið gerðar úttektir á Fjölbrautaskólanum í Breiðholti (2011), Menntaskólanum á Akureyri (2011), Menntaskólanum á Egilsstöðum (2010), Menntaskólanum í Kópavogi (2012), Menntaskólanum í Reykjavík (2012) og Tækniskólanum (2012)⁴. Úttektir á hinum skólunum sem taka þátt í þessari úttekt eru í vinnslu eða eru fyrirhugaðar. Úttektirnar innihalda ýtarlegar lýsingar á skipulagi, starfsumhverfi og almennu starfi skólanna.

Af ofangreindu er greinilegt að skólarnir 9 eru um margt ólíkir. Þegar skólarnir eru bornir saman verður að hafa í huga að mikill munur er á því eftir skólum hvað er mögulegt og hvað er æskilegt og hvað er í samræmi við stefnu skólans og markmið einstakra námsbrauta. Vegna þessa mikla munar getur samanburður á árangri nemenda að námi loknu einn og sér ekki gefið tilefni til ályktana um að starfið í einum skóla sé betra en starfið í öðrum skóla. Þar sem slíkur samanburður er gerður í þessari skýrslu er markmið hans einungis að draga fram mun á milli skóla og til að benda á atriði þar sem mögulegt er að gera betur. Það sem máli skiptir er að kunnátta nemenda sé í samræmi við þær kröfur sem hæfniprep námskeiða þeirra segja til um.

3.2. Nemendur

Inntaka nýnema

Formleg inntökuskilyrði allra skólanna, nema TS, eru svipuð. TS býður öllum sem lokið hafa grunnskóla að sækja um skólavist, en hinir skólarnir hafa kröfur um lágmarkseinkunnir úr grunnskóla. Þeir skólar sem hafa kröfur um lágmarkseinkunnir eru flestir með sem skilyrði fyrir innritun að nemandi hafi fengið að minnsta kosti 5 í íslensku, ensku og stærðfræði. Inntökuskilyrði á bóknámsbrautir eru svo stífari, en þar er lágmarkseinkunn 6 í þeim greinum sem taldar eru mikilvægar á viðkomandi námsbraut, t.d. stærðfræði á náttúrufræðabraut. Af þessum skólum taka fjórir, þ.e.a.s. FíV, FSu, MA, ME, við öllum þeim sem sækja um og uppfylla inntökuskilyrði. Hinir skólarnir fjórir velja úr umsækjendum og er þá miðað við einkunnir og eftir atvikum skólasókn og námsferil. T.d. voru haustið 2013 alls 476 nemendur með MK sem fyrsta eða annað val og gat skólinn boðið 245 nemendum skólavist og í MR voru 280 með

⁴Úttektirnar eru aðgengilegar á vefsíðu Mennta- og menningarmálaráðuneytis, <http://www.menntamalaraduneyti.is/utgafuskra/>.

skólann sem fyrsta val og fengu 258 af þeim skólavist.

Af þessu má álykta að hinn mikli munur milli skóla á meðaleinkunnum nýnema úr grunnskóla skýrist að verulegu leyti af því að nemendur velji sjálfir skóla eftir orðstýr skólanna og eigin undirbúningi og áhuga.

Undirbúningur nýnema

Í öllum skólunum töluðu kennarar og stjórnendur um hve misgóður undirbúningur nemenda væri úr grunnskólum. Í viðtölum við kennara var minnst á skort á almennri færni í talnareikningi og að nýnemar hefðu ekki tileinkað sér góð vinnubrögð. En kennarar höfðu líka orð á því að stór hluti nýnema réði vel við efnið, eða eins og einn kennari orðaði það „við fáum inn flotta krakka sem rúlla þessu upp“. Stór hluti þeirra nemenda sem skýrsluhöfundar ræddu við sagði að byrjunaráfanginn í stærðfræði væri ekki erfiður, jafnvel auðveldari en stærðfræðin í grunnskóla, og undirbúningur þeirra úr grunnskóla væri fullnægjandi, en þess ber að geta að þetta voru í mörgum tilfellum nemendur sem höfðu lokið fyrsta ári.

Eins og kemur fram í kafla 4 þar sem fjallað er um áfangana STÆ102 og STÆ103 kemur fram mikill munur á milli skóla á efni þessara áfanga og einnig er munur á námskröfum. Hlutfall þeirra sem hefja nám í byrjunaráfanga í stærðfræði en tekst ekki að ljúka honum með tilskildum árangri er mjög ólíkt eftir skólum; allt frá 10% í nokkrum skólanna, upp í að vera yfir 50% í FB.

Nýnemum við FB, FSu, MK og TS er boðið að taka undirbúningsáfanga áður en þau taka STÆ102 eða STÆ103, ef þeir eru ekki nægilega vel undirbúnir úr grunnskóla. FíV bauð upp á slíkan undirbúningsáfanga, en þurfti að leggja hann af haustið 2013 vegna fjárskorts. Hlutfall þeirra nýnema sem beint er í slíka undirbúningsáfanga er mismunandi, t.d. hefur það verið um 20% í FSu undanfarin ár en um 30% í FB.

Allir grunnskólanemendur í 10. bekk tóku þátt í PISA-könnunina 2012. Þegar kom að því að meta frammistöðu í stærðfræðilæsi voru skilgreind sex hæfniprep, en árangur 8% íslenskra þátttakenda var undir viðmiðunum við lægsta hæfniprepið og 14% lenda á 1. þrepi (því lægsta)⁵.

Eftirfarandi frásögn af kennslustund sem einn skýrsluhöfunda sat sýnir vanda kennara og nemenda þegar undirbúningurinn dugar engan veginn og þegar jafnframt hefur í gegnum skólagönguna hlaðist upp vilja- og áhugaleysi.

Í kennslustundinni sátu fimmtán nemendur í STÆ102. Kennari er nokkuð ákveðinn við hópinn á ljúfmannlegan hátt, en þó er stöðugt nokkur klíður og ókyrrð í bakgrunninum. Enginn nemandi virtist hafa vilja til að sinna náminu og svör við hvetjandi spurningum kennara voru oft nokkuð snúðug. Fjallað er um hugtakið jafnaðarmerki.

⁵Almar M. Halldórsson, Ragnar F. Ólafsson, Júlíus K. Björnsson (2013). *Helstu niðurstöður PISA 2012*. Aðgengilegt á http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/pisa/pisa_2012/pisa_kynning2012.html.

Kennarinn skrifar á töfluna

$$7 + 6 = \square + 5$$

og gengur svo á milli og biður nemendur að horfa á tölurnar og hugsa um hvað eigi að standa í kassanum og rökstyðja svarið. Það er flestum ofviða. Dæmi um svar: 4. Rökstuðningur: 4 og 5 og 6 og 7 eru í röð. Loks finnur einn út að þetta muni vera 8. Rökstuðningur: Hann notaði reiknivélina til að finna það. Kennari biður þau að láta reiknivélarnar eiga sig, skrifar annað álíka létt dæmi á töfluna:

$$5 + 8 = ? + 7$$

Kennari: Ekki nota reiknivél, horfið á tölurnar og hugsið ykkur um.

Nemandi: Geturðu ekki bara sagt okkur hvernig þetta er gert; það eru svo margar reglur.

Annar nemandi: Geturðu ekki bara sagt okkur svarið, þú gerir þetta allt svo flókið.

Eftir nokkur dæmi af þessu tagi er sett í gang stutt kennslumynd með ensku tali þar sem þetta sama vandamál er útskýrt með hreyfimynd af vogarskálum. Flestir virðast fylgjast með myndinni og kennari undirstrikar að jafnaðarmerkið tákni einmitt jafnvægi milli beggja hliða jöfnunnar. Þá er kennslustundin hálfnuð og nemendur eiga að fara að reikna dæmi.

Kennarinn segir að helsta vandamál nemenda sinna sé að þeir loki á reikning og algebru og hafi trúlega gert það lengi. Hann reyni að ná í gegnum þann múr með samtali við nemendur þar sem áherslan er á **hvað** fremur en **hvernig**. Eðlilegt væri að reyna að taka á vanda slíkra nemenda strax í grunnskóla, en eins og umræddur kennari benti á virðast þeir hafa lokað á stærðfræði að miklu leyti löngu áður en þeir útskrifast þaðan.

Ályktanir og tillögur

- Stór hluti nýnema hefur ekki nægan undirbúning til þess að geta tekist á við venjulega byrjunaráfanga í stærðfræði í framhaldsskólum. Fyrirliggjandi gögn duga ekki til að áætla nákvæmlega hver stórt hlutfall þetta er, en það gæti verið á milli 15% og 30%. Einn skólameistari áætla t.d. að um þriðjungur nýnema sem koma beint úr grunnskóla sé í þessari stöðu. Niðurstöður PISA-könnunarinnar sem vitnað er í hér að ofan styðja þessa ályktun.

Það er eindregin tillaga skýrsluhöfunda að Mennta- og menningarmálaráðuneytið í samvinnu við fræðsluskrifstofur standi fyrir átaki til að bæta stærðfræðikunnáttu þeirra sem ljúka grunnskóla. Sérstaklega verði markvisst stutt við þá nemendur sem eiga í erfiðleikum.

- Í sumum skólanna er nauðsynlegt að athuga nýjar leiðir til að koma til móts við þá nemendur sem hafa slakan undirbúning við upphaf framhaldsskóla. Efnid sem nemendur fást við í fyrsta áfanga í stærðfræði er oft það sama og þau hafa verið að fást við í grunnskóla og kennsluhættir eru oft svipaðir og í grunnskólum (sjá nánar grein 4.2 hér á eftir). Mögulegar leiðir til úrbóta gætu verið að endurraða efnisþáttum í náminu þannig að við upphaf framhaldsskóla fáist nemendur

við annað efni en þeir hafa verið að fást mest við í grunnskóla, t.d. rúmfræði eða tölfræði, og að kennarar prófi nýjar leiðir og annars konar skipulag á náminu en er algengast í grunnskólum. (Um fjöllum um kennsluhætti í stærðfræði í grunnskólum má finna í nýlegri úttekt Mennta- og menningarmálaráðuneytis⁶.)

- Hin mikla breidd sem er á undirbúningi nýnema skapar mikinn vanda fyrir kennara að aðlaga námið þörfum einstakra nemenda, bæði þeirra sem hafa lakan undirbúning og einnig þeirra sem hafa góðan undirbúning. Hætta er á að þetta komi niður á öllum nemendum, að þau sem standa vel nái ekki þeim árangri sem þau gætu náð og þau sem standa illa fái ekki þann stuðning sem þau þurfa.
- Efla þarf samvinnu framhaldsskóla og grunnskóla þannig að grunnskólarnir fái skýra endurgjöf frá framhaldsskólum um hvernig nemendur eru undirbúnir við upphaf framhaldsskóla.

Atvinnuþátttaka nemenda með námi

Í viðtölum við skólastjórnendur og kennara kom fram að vinna nemenda með námi kæmi niður á námsárangri. Nefnd voru dæmi um nemendur sem höfðu hætt í skóla eða lent í erfiðleikum vegna mikillar vinnu samhliða námi⁷.

Ekki liggja fyrir nýjar tölur, sundurgreindar eftir skólum, um launaða vinnu nemenda með námi, en atvinnuþátttaka er einn af þeim þáttum sem kannaðir eru í reglulegum könnunum *Rannsóknna og greiningar* á högum ungs fólks⁸. Niðurstöður úr könnun sem fram fór 2013 munu vera í vinnslu.

Einstaka skólar hafa kannað (eða eru að kanna) atvinnuþátttöku sinna nemenda. Könnun ME 2009 á vinnu nemenda með námi sýndi að tæplega helmingur vann með námi og í MS var það mat skólastjórnenda, byggt á könnunum, að um 50% ynnu með námi og upp undir 70% nemenda á lokaári.

Í viðtölum skýrsluhöfunda við nemendur kom nokkuð oft fram að nemendur ynnu með námi og sumir nemendur sögðust hafa unnið með námi áður, en hefðu hætt til að geta einbeitt sér að náminu.

Ályktanir og tillögur

- Að mati skýrsluhöfunda skaðar mikil vinna með námi námsárangur margra nemenda. Mikilvægt er að skoða vandlega umfang atvinnuþátttöku nemenda og áhrif hennar á námsárangur og leita leiða fyrir skólana að bregðast við.

⁶Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson, (2012). *Úttekt á stærðfræðikennslu á unglingsstigi grunnskóla*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið. Aðgengileg á <http://www.menntamalaraduneyti.is/frettir/forsidugreinar/nr/6882>.

⁷Þetta er ekki nýtt umkvörtunarefni því í skýrslu Benedikts Jóhannessonar fra 1987 er einnig minnst á að of margir nemendur vinni of mikið með námi. Sjá bls. 17 í Benedikt Jóhannesson (1987). *Um stærðfræðikennslu í framhaldsskólum*. Menntamálaráðuneytið.

⁸Sjá t.d. Hrefna Pálsdóttir, Inga Dóra Sigfúsdóttir, Álfgeir Logi Kristjánsson, Margrét Lilja Guðmundsdóttir og Jón Sigfússon (2011). *Ungt fólk 2010 - Hagir og líðan framhaldsskólanema 16 - 19 ára*. Reykjavík. Rannsóknir og greining. Sótt á <http://www.rannsoknir.is/rg/skyrslur/>.

3.3. Kennarar

Menntun kennara

Ný lög um kennaramenntun voru sett 8. júní 2008⁹ og nánari ákvæði eru í reglugerð 872/2009 um inntak menntunar leik-, grunn- og framhaldsskólakennara¹⁰. Grunnviðmið varðandi menntun framhaldsskólakennara er 5 ára meistaraþróf og skv. 5. gr. í reglugerðinni þarf námið að innihalda 60 staðlaðar námseiningar í uppeldis- og kennslufræði (þ.e.a.s. árs nám) og jafnframt a.m.k. 180 staðlaðar námseiningar í aðalkennslugrein og þar af að jafnaði a.m.k. 60 staðlaðar námseiningar á meistarastigi.

Í lögum um menntun kennara og reglugerð kemur fram skýr vilji löggjafans og Mennta- og menningarmálaráðuneytis til að framhaldsskólakennarar hafi trausta og umfangsmikla menntun í aðalkennslugrein sinni. Í lögum og reglugerð eru í raun krafist meiri menntunar í aðalkennslugrein en fæst að öðru jöfnu í BS prófi.

Fram til ársins 2011 fengu framhaldsskólakennarar leyfisbréf samkvæmt eldri lögum, þar sem gerðar voru minni kröfur um menntun í faggrein. Þá dugði BS/BA gráða í kennslugrein (sem aðalgrein) ásamt eins árs námi í uppeldis- og kennslufræðum. Þeir sem ekki höfðu BS/BA gráðu í kennslugrein gátu fengið leyfisbréf ef þeir höfðu lokið sem svarar 120 stöðluðum námseiningum í aðalkennslugrein ásamt einu ári af uppeldis- og kennslufræði. Þar áður eða fram til ársins 1998 var ekki getið um sérstaka kennslugrein í leyfisbréfum framhaldsskólakennara.

Samtals eru í skólunum níu alls 73 stærðfræðikennarar og 66 af þeim hafa leyfisbréf. Þeir höfðu allir fengið þau fyrir 2011 á grundvelli gamalla laga. Þegar menntun kennaranna er skoðuð blasir við að margir kennaranna fengju ekki leyfisbréf miðað við þær kröfur sem nú eru gerðar. Samantekt á þeim upplýsingum sem skólarnir gáfu um menntun kennaranna má sjá í töflu 3.2. Flokkað er með tilliti til stærðfræðináms.

Kennarar með háskólagráður í stærðfræði eru fáir í skólunum sem tóku þátt í úttektinni eða aðeins 18 talsins sem er nálægt því fjórðungur. Af þeim kenna 11 í MR og enginn kennari með háskólapróf í stærðfræði kennir í FÍV, ME og MK. Á vorönn 1987 kannaði Hið Íslenska kennarafélag menntun kennara í 20 framhaldsskólum og niðurstaðan var að 26% stærðfræðikennara hefði lokið 60 einingum eða meira í stærðfræði við háskóla (hér er átt við „gamla einingar“ þar sem 60 einingar í stærðfræði eru ígildi tveggja ára háskólanáms í stærðfræðinámskeiðum)¹¹. Segja má að bæði í þessari skýrslu og könnunni frá 1987 sé niðurstaðan að einungis um fjórðungur stærðfræðikennara við framhaldsskóla hafi næga formlega menntun í stærðfræði. Ef MR er undanskilinn og horft á hina skólana átta sem úttektin nær til þá er hlutfall stærðfræðikennara með háskólapróf í stærðfræði aðeins 12%. Til samanburðar má nefna að í úttekt á íslenskukennslu í framhaldsskólum var menntun íslenskukennara skoðuð og

⁹Lög nr. 87 frá 2008. Aðgengileg á <http://www.menntamalaraduneyti.is/frettir/allar-rettarheimildir/nr/4588>.

¹⁰Reglugerðin er aðgengileg á <http://www.menntamalaraduneyti.is/frettir/allar-rettarheimildir/nr/5184>.

¹¹Benedikt Jóhannesson (1987). Um stærðfræðikennslu í framhaldsskólum. Menntamálaráðuneytið.

Tafla 3.2: Menntun kennara. Í dálknum *B.Ed./BA + viðbót* er fjöldi kennara sem hafa bætt stærðfræðinámskeiðum eða M. Ed. gráðu í stærðfræðimenntun ofan á B. Ed. nám fyrir grunnskólakennara eða BA gráðu í einhverju fagi. Í dálknum *BS/MS/Dr. í annarri grein* er fjöldi þeirra kennara sem hafa háskólapróf í einhverri grein þar sem stærðfræði er stór hluti af námi, t.d. eðlisfræði, verkfræði og tölvunarfræði. Að endingu er í dálknum *Annað* fjöldi þeirra kennara sem hafa aðra menntun en fellur undir dálkana á undan. Menntun þessara kennara er mjög fjölbreytt, t.d. viðskiptafræði, rekstarfræði, matvælafræði, sjúkrapjálfun, lífeindafræði, jarðfræði, líffræði, B. Ed. próf með stærðfræðikjörsviði og hluti stærðfræðináms til BS gráðu.

Menntun	BS/MS/Dr. í stærðfræði	B.Ed./BA + viðb. í stærðfr. ¹	BS/MS/Dr. í annarri grein ²	Annað ³
Fjöldi	18	17	15	23

allir þeir sem svöruðu könnun höfðu háskólapróf í íslensku og yfir 2/3 voru með MA eða M.Paed. próf í íslensku¹².

Á árunum 1972-2013 útskrifuðust 279 einstaklingar með BS próf í stærðfræði frá HÍ og frá HR hafa útskrifast 52 einstaklingar með BS próf í stærðfræði (slíkt nám er ekki lengur í boði við HR). Auk þess er nokkur hópur sem hefur sótt sér stærðfræðimenntun til útlanda og einnig hópur sem hefur lagt mjög mikla áherslu á stærðfræði í öðru námi. Stærðfræðingar eru eftirsóttir á vinnumarkaði og aðeins lítill hluti þeirra hefur valið að starfa við kennslu í framhaldsskólum.

Ályktanir og tillögur

- Skýrsluhöfundar álíta það mikið áhyggjuefni hve lágt hlutfall stærðfræðikennara í framhaldsskólum hefur þá lágmarksmenntun í stærðfræði sem miðað er við í nágildandi lögum og reglugerð. Til að bæta úr þessu þyrftu starfandi kennarar að fá tækifæri til að bæta við formlega menntun sína í stærðfræði, og verður vikið að þeim þætti í næstu efnisgrein, og háskólar þyrftu að reyna að fjölga þeim sem leggja fyrir sig stærðfræðináms. Jafnframt þarf að leita leiða til að gera kennarastarfið eftirsóknarverðara.

Símenntun og starfsþróun

Með hugtökunum *símenntun og starfsþróun* er ekki bara átt við námskeið og formlegt nám heldur líka ráðstefnur, skólaheimsóknir, þróunarverkefni af ýmsu tagi og almenna viðleitni til að þroskast í starfi og vinna það betur. Tvær nýlegar skýrslur unnar á vegum Mennta- og mennignarmálaráðuneytis í samstarfi við ýmsa hagsmunaðilla fjalla

¹²Sjá bls. 67 í Svanhildur Kr. Sverrisdóttir, Ragnheiður Margrét Guðmundsdóttir og Sigurlína Davíðsdóttir (2011). *Úttekt á íslenskukennslu í framhaldsskólum*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.

um ástandið í símenntunar- og starfsþróunarmálum kennara¹³ ¹⁴. Í þessari skýrslu verður einvörðungu fjallað um símenntun og starfsþróun í sambandi við stærðfræðikennslu í framhaldsskólum.

Samkvæmt kjarasamningi er ætlast til að kennarar noti tvær vinnuvikur á ári sérstaklega til símenntunar og starfsþróunar. Í núverandi kerfi er erfitt að átta sig á hver ber ábyrgð á að tækifæri til símenntunar og starfsþróunar séu í boði. Einnig er óljóst hver á að fylgja því eftir að kennarar sinni starfsþróun á eðlilegan hátt. Ekki virðist heldur að í skólakerfinu séu hvatar, utan persónulegur metnaður í starfi, til að kennarar taki þátt í símenntun og starfsþróun.

Á síðustu árum hefur það verið í verkahring fagfélaga kennara á hverju sviði að hafa frumkvæði að námskeiðahaldi og margvíslegri annarri starfsemi á sviði starfsþróunar. Stærðfræðikennarar í framhaldsskólum eru margir félagar í *Fleti - samtökum stærðfræðikennara* og margir eru í *Félagi raungreinakennara*. Flötur hefur, samkvæmt vefsíðu samtakanna¹⁵, staðið fyrir margvíslegri starfsemi á undanföllum árum, t.d. árlegri námsstefnu, en stærstur hluti af starfi félagsins virðist miðast við kennara á grunnskólastigi. Hins vegar hefur Félag raungreinakennara, að því að virðist, ekki verið mjög virkt á undanföllum árum, t.d. hefur félagið ekki vefsíðu.

Samstarfsnefnd um endurmenntun framhaldsskólakennara veitir styrki til sumarnámskeiða. Á árunum 2009 til 2012 styrkti nefndin 99 námskeið en þar af voru þrjú námskeið í stærðfræði (og eitt þeirra féll niður vegna ónógrar þátttöku). Framhaldsskólakennarar geta líka nýtt sér námskeið sem háskólar og aðrar stofnanir halda. Af slíkum námskeiðum þá virðist fræðsla um forritið Geogebra hafa nýst vel og sáu skýrsluhöfundar í heimsóknum sínum mörg dæmi um að kennarar nýttu sér forritið.

Framhaldsskólakennarar sækja líka ráðstefnur og fundi og heimsækja skóla sem hluta af sinni starfsþróun. Í viðtölum sínum við kennara heyrðu skýrsluhöfundar af heimsóknum í skóla erlendis en engin dæmi um heimsóknir framhaldsskólakennara í framhaldsskóla hérlendis. Einnig heyrðu skýrsluhöfundar af ýmsum þróunarverkefnum sem einstaka kennarar unnu að og þá stundum í samvinnu við aðra kennara í sama skóla. Stærðfræðikennarar nýta sér líka möguleika netsins til samræða og samvinnu á *Stærðfræðitorg*¹⁶ og í umræðuhóp á fésbók. Í engum skólanna virðist vera til virk starfsþróunaráætlun fyrir kennarahópinn í stærðfræði.

Í viðtölum við skólastjórnendur komu fram jákvæð viðhorf til símenntunar en jafnframt að tækifærin í stærðfræði væru fá miðað við aðrar greinar. Ekki virðist gengið eftir því að kennarar sinni símenntun og starfsþróun og í viðtali við einn skólameistara kom fram að skólameistarar forðast að leggja meiri vinnu á kennara. Nokkrir

¹³Skýrsla nefndar um endurskipulagningu endurmenntunar kennara. (2010). Mennta- og menningarmálaráðuneytið. Aðgengileg á <http://www.menntamalaraduneyti.is/nyrit/nr/5822>.

¹⁴Lokaskýrsla um starf samstarfsnefndar um símenntun kennara. (2012). Mennta- og menningarmálaráðuneytið ásamt fleiri aðillum. Aðgengileg á <http://www.menntamalaraduneyti.is/frettir/forsidugreinar/nr/6289>.

¹⁵flotur.ismennt.is/Default.htm. Sótt 18.03.2014.

¹⁶<http://staetorg.menntamidja.is/>

KAFLI 3. SKÓLAR, NEMENDUR, KENNARAR OG KENNSLUEFNI

skólanna höfðu sjálfir gengist fyrir námskeiðum, fyrirlestrum eða starfsþróunarverkefnum innan skólans en viðfangsefnin yfirleitt verið almennt um nám og skólastarf frekar en einstakar námsgreinar. Í viðtali við rektor MS kom fram að innan skólans væri starfandi endurmenntunarstjóri.

Margir kennara minntust á lítið framboð námskeiða fyrir stærðfræðikennara. Nokkrir viðmælenda minntust á að áður fyrr hefði verið blómlegra námskeiðahald fyrir stærðfræðikennara og söknuðu þeirra tíma, meðal annars þess að hitta kennara úr öðrum skólum. Í viðtölum við a.m.k. þrjá kennara kom fram áhugi á að heimsækja aðra framhaldsskóla og einn kennari lýsti yfir áhuga á samráðshópum milli skóla varðandi starfsþróun. Einn kennari lýsti sinni reynslu á eftirfarandi hátt: „Sér hvað maður hefur gott af að fara í endurmenntun þegar maður er búinn“.

Af viðtölum og heimsóknum að dæma virðast starfsskyldur fagstjóra í stærðfræði einkum felast í almennri verkstjórn og utanumhaldi um kennsluna, t.d. að skipta verkum á milli kennara¹⁷. Í öllum skólunum kom fram að samvinna innan stærðfræðikennarahópsins væri góð.

Ályktanir og tillögur

- Núverandi skipulag skapar ekki næg tækifæri fyrir stærðfræðikennara við framhaldsskóla til eðlilegrar starfsþróunar. Ekki er ljóst að hugmyndirnar sem tíundaðar eru í *Lokaskýrslu um starf samstarfsnefndar um símenntun kennara* muni bæta út ástandinu. Ein af megintillögum í þessari skýrslu er að Mennta- og menningarmálaráðuneytið komi á fót sérstöku fagráði í stærðfræði og eitt af viðfangsefnum fagráðsins verði átak í símenntun og starfsþróunarmálum stærðfræðikennara í framhaldsskólum.
- Hér að ofan er fjallað um menntun stærðfræðikennara í framhaldsskólum. Niðurstaðan er að í þeim skólum sem taka þátt í úttektinni hefur meirihlutinn minni menntun í stærðfræði heldur en gert er ráð fyrir í lögum og reglugerð og í sumum skólum er enginn kennari með háskólapróf í stærðfræði. Brýnt er að styrkja menntun kennara með því að bjóða upp á nám sem hentar og með því að auðvelda þeim að nýta sér slík tilboð. Liður í þessu gæti verið að háskólar auðveldi starfandi kennurum að stunda nám eða sækja einstök námskeið.
- Eins og kemur fram á öðrum stöðum í þessari skýrslu er lagt til að kennsla í tölfræði verði eflid og aukin. Því er sérstök ástæða til að bjóða kennurum upp á námskeið og aðra möguleika á símenntun tengda tölfræði.
- Skýrsluhöfundar leggja til að starf fagstjóra verði eftt og honum verði einnig falið að stýra faglegu starfi innan skólans, þróa kennsluhætti og námsmat og hafa frumkvæði að virku starfi innan skólans varðandi símenntun og starfsþróun. Með þessu er vonast til að samstarf stærðfræðikennara innan hvers skóla verði

¹⁷Á vef FSU er lýsing á starfi fagstjóra, sjá www.fsu.is/j/index.php?option=com_content&view=article&id=61&Itemid=78#fagstjorar. Sótt 19.03.2014.

öflugra og taki til fleiri þátta. Þessi ábending er efnislega samhljóða ábendingum í úttektarskýrslu um stærðfræðikennslu á unglíngastigi.¹⁸

- Skýrsluhöfundar hvetja eindregið til samstarfs milli framhaldsskóla með fundum, námskeiðum og gagnkvæmum heimsóknnum til að skapa vettvang fyrir umræður og samvinnu stærðfræðikennara, t.d. við gerð kennsluefnis. Þessi ábending er efnislega samhljóða ábendingum í úttektarskýrslu um stærðfræðikennslu á unglíngastigi¹⁹.

Skýrsluhöfundar álíta einnig að gagnkvæmar heimsóknir milli grunnskóla og framhaldsskóla, og framhaldsskóla og háskóla (og grunnskóla og háskóla) ættu að vera sjálfsagður hluti af skólastarfinu. Slíkar heimsóknir myndu efla starfsþróun hjá öllum þátttakendum.

3.4. Viðhorf til stærðfræði

Í viðtölum kom ítrekað fram sú skoðun nemenda, kennara og skólástjórnenda að stærðfræði væri lykiltríði í undirbúningi fyrir frekara nám.

Eitt af því sem bar á góma í viðtölum við nemendur var hvort nemendum þætti stærðfræði skemmtileg eða leiðinleg. Ef skoðuð eru þau viðtöl þar sem skýr afstaða kom fram má segja að 30 af þessum nemendum þykir stærðfræði skemmtileg (í 11 tilvikum með því skilyrði að vel gangi) og 8 nemendur sögðu beint út að þeim þætti stærðfræði leiðinleg, flest þeirra voru nemendur í STÆ313.

Í nokkrum viðtölum kom fram að viðhorf til stærðfræði og/eða erfiðleikar við að ná tókum á stærðfræði hefðu áhrif á námsval nemenda þannig að nemendur flyttu sig af námsbrautum sem væru með mikla stærðfræði yfir á námsbrautir með minni stærðfræði.

Möguleg áhrif viðhorfs til stærðfræði á námsval koma einnig fram í töflunni hér að neðan. Síðustu ár hefur stutt könnunarpróf verið lagt fyrir þá nýnema á Verkfræði og náttúruvísindasviði HÍ sem taka námskeið í stærðfræðigreiningu á fyrsta misseri. Nokkrar spurningar um bakgrunn og viðhorf fylgja könnunarprófinu og er ein þessara spurninga „Hefur þú gaman af stærðfræði?“. (Nánar er fjallað um niðurstöður þessa könnunarprófs í kafla 5 hér á eftir.) Í töflu 3.3 má sjá samantekt á svörum frá haustinu 2013. Nemendum er skipt í hópa eftir því í hvaða námi þeir eru skráðir í. Í hóp A eru nemendur í greinum þar sem stærðfræði er í aukahlutverki í náminu (jarðfræði, lífefna- og sameindalíffræði, lyfjafræði, matvælafræði, tölvunarfræði), í hóp B eru greinar þar sem stærðfræði er í mjög veigamiklu hlutverki (jarðeðlisfræði og verkfræði) og í hóp C er stærðfræðin í aðalhlutverki (eðlisfræði og stærðfræði). Um 70% þeirra sem svörðu könnunarprófinu höfðu útskrifast úr framhaldsskóla árið 2012 eða árið 2013.

¹⁸Sjá bls. 49-50 í Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson. (2012). *Úttekt á stærðfræðikennslu á unglíngastigi grunnskóla*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.

¹⁹Sjá bls. 50 í Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson. (2012). *Úttekt á stærðfræðikennslu á unglíngastigi grunnskóla*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.

Tafla 3.3: Hefur þú gaman af stærðfræði? Svörin eru frá 2013.

Hópar nemenda	A	B	C
Mjög/frekar gaman	56%	84,5%	95%
Hvorki né	33%	15%	5%
Frekar/mjög leiðinleg	11%	0,5%	0%
Fjöldi	309	204	39

Það vekur athygli að aðeins 1 nemi af 204 í hópi B segir að sér þyki stærðfræði leiðinleg. Þó að þessi könnun taki bara til eins árgangs nýnema við Háskóla Íslands þá má greina af þessari töflu sterk tengsl milli viðhorfs til stærðfræði og námsvals.

Ályktanir og tillögur

- Mikilvægt er að rannsaka hvaða þættir vega þyngst þegar ungmenni velja að loknum grunnskóla á milli framhaldsskóla og námsbrauta innan framhaldsskóla og þegar þau velja á milli námsleiða að loknum framhaldsskóla.
- Víða hafa heyrst raddir um að fjölga þurfi nemendum sem leggja stund á verkfræði, tæknifræði og ýmsar greinar náttúrvísinda, sjá t.d. skýrslu um raunvísinda- og tæknimenntun unna á vegum Samtaka Iðnaðarins, Mennta- og menningarmálaráðuneytis og Sambands íslenskra sveitarfélaga²⁰ og könnun Viðskiptaráðs sem gerð var í janúar 2014²¹. Skýrsluhöfundar telja að sé stefnan sú að fjölga nemendum í verkfræði, tæknigreinum og náttúrvísindum, þá sé lykilatriði að byggja upp í grunnskólum og framhaldsskólum jákvætt viðhorf til stærðfræði og efla getu til að takast á við stærðfræðinám.

3.5. Kennsluefni

Þegar velja skal kennslubækur í stærðfræði fyrir þá nemendur sem hyggjast taka marga stærðfræðiáfanga í framhaldsskóla þarf meðal annars að huga að því að bækurnar myndi þökkalega samfellu frá upphafi til enda námsins. Á markaðnum eru tveir bóka-flokkar sem hvor um sig ná yfir mest af þeirri stærðfræði sem kennd er í framhaldsskólum. Hvorugur bókaflokkurinn innheldur þó kennslubók í tölfraði. Ennfremur er í boði yfirgrípsmikil námsefni í stærðfræði samið af kennurum í MR og í MH.

Fyrst er að nefna frumsaminn bókaflokk á íslensku sem nær yfir alla skylduáfanga í stærðfræði náttúrufræðibrautar, hér eftir nefndur *Norðanbækurnar*. Höfundar eru Jón Hafsteinn Jónsson, Níels Karlsson og Stefán G. Jónsson, en þeir kenndu um skeið allir

²⁰Elsa Eiríksdóttir (2012). *Raunvísinda- og tæknimenntun: Staða íslenskra nemenda og framtíðarþörf samfélagsins*. Samtök Iðnaðarins, Mennta- og menningarmálaráðuneyti og Sambands íslenskra sveitarfélaga. Aðgengileg á <http://www.si.is/upplýsingar-og-utgafa/skyrslur-og-rit/nr/9563>.

²¹Viðskiptaþing 2014: Niðurstöður viðhorfskönnunar um menntamál. Unnið af Capacent. Aðgengilegt á <http://www.vi.is/um-vi/frettit/nr/1651/>. Sótt 9. mars 2014.

við MA. Þessi bókaflokkur er endurskoðun á eldri flokki frumsaminnna bóka eftir sömu höfundu, sem kom út um miðjan níunda áratug síðustu aldar. Endurskoðunin var gerð vegna tilkomu námskrárinnar 1999.

Annar bókaflokkur, *Stærðfræði 3000*, nær einnig yfir mest allt námsefni framhaldsskóla í stærðfræði. Bókaflokkurinn er í meginatriðum þýddur úr sænsku, höfundar eru Lars-Eric Björk og Hans Brolin ásamt fleirum og þýðendur eru Guðmundur Jónsson, Ásgeir Torfason, Jóhann Ísak Pétursson og Jón Eggert Bragason. Bækurnar komu fyrst út á sænsku á árunum í kringum árið 2000. Fyrstu bækurnar úr flokknum eru reyndar ekki lengur fáanlegar hjá útgefanda.

Stærðfræði 4000 er sænskur bókaflokkur sem er ætlað að leysa *Stærðfræði 3000* af hólmi. Guðmundur Jónsson og Jóhann Ingólfsson hafa þýtt þær þrjár bækur sem út eru komnar í flokknum og ná yfir fyrstu áfanga framhaldsskólans, en sænsku höfundarnir eru Hans Brolin og fleiri. Í þeim skólum sem voru skoðaðir í þessari úttekt var hvergi verið að nota þennan nýja flokk.

Í MR eru allar stærðfræðibækur á náttúrufræðibraut samdar af kennurum skólans, en þær eru gefnar út af skólanum og ekki notaðar í öðrum skólum. Kennarar í MH hafa einnig tekið saman kennsluefni í stærðfræði sem er aðgengilegt á netinu²². Það er notað í fleiri skólum, svo sem í FíV.

Kennsluefni 102/103

Stór hluti nemenda framhaldsskólans tekur einungis tvo eða þrjá skylduáfanga í stærðfræði og þá er hægt að velja kennslubækur sem ná einungis yfir þann hluta námsefnisins í stærðfræði. Þar ber helst að nefna bókina *STÆ 103* eftir Jón Þorvarðarson.

Í þeim skólum sem úttektaraðilar skoðuðu er bókina *STÆ 103* eftir Jón Þorvarðarson útbreiddust; hún er notuð í FB, FSu, MK, TS og á mála- og félagsfræðibraut MS. Næst koma Norðanbækurnar; þær eru notaðar í MA í STÆ1A50 og STÆ2A50 (bækurnar STÆ102 og STÆ103), og á náttúrufræðibraut MS (STÆ103). *Stærðfræði 3000* er notuð í ME og á málbraut MR. FíV notar rafræna bók frá MH. Kennarar við MR hafa skrifað þær bækur sem þar eru notaðar á náttúrufræðibraut. Til viðbótar eru í nokkrum skólum notuð hefti frá kennurum sem ekki verður frekar fjallað um hér.

Textinn í bókinni *STÆ 103* eftir Jón Þorvarðarson er ítarlegur með tengingu við sögulegt efni og dæmi eru fjölbreytt. Sumt er þó ekki nógu gott: Umfjöllun um brot er til dæmis alvarlega gölluð og röð efnisatriða er ekki alltaf nógu skipuleg, þannig að hugtök eru notuð í reglum og skilgreiningum áður en þeim sjálfum hafa verið gerð skil. En þetta er vinsælasta kennslubókin á þessu stigi og kennarar láta bærilega af því að nota hana.

Norðanbækurnar fjalla ítarlega um það námsefni sem kveðið er á um í námskrá og skilgreiningum og sönnunum eru gerð góð skil. Það sem helst hefur verið fundið að þeim er dauflegt útlit, dæmin séu ekki nógu fjölbreytt og þær miðist um of við færustu

²²Sjá <http://vefir.mh.is/stae/afangatengt.htm>. Sótt 24.03.2014

nemendurna.

Bækur úr flokknum *Stærðfræði 3000* eru að vísu enn í notkun í byrjunaráföngum framhaldsskólans, en þær fást ekki lengur hjá útgefanda vegna þess að nýr bókaflokkur er að koma koma í þeirra stað. Þessar bækur þykja staldra stutt við hvert hugtak, samfelldur texti er mjög stuttur. Þá eru skilgreiningar víða óljósar eða ónákvæmar. Dæmin eru hins vegar fjölbreytt.

Bókstafareikningur handa 3. bekk eftir Gylfa Guðnason, Bjarna Gunnarsson og Sigríði Hlíðar og *Stærðfræði handa 3. bekk náttúrufræðibrautar* eftir Birgi Guðjónsson, Gylfa Guðnason, Sigríði Hlíðar og Skarphéðinn Pálmason eru kenndar á fyrsta námsári náttúrufræðibrautar í MR. Þetta kennsluefni hefur verið notað um árabil í MR og reynst ágætlega.

Kennslubók í STÆR2AA05. Rafræn bók á heimasíðu Menntaskólans við Hamrahlíð. Efnið þykir aðgengilegt en er varla nógu ítarlegt til að duga sem kennslubók eitt og sér.

Kennsluefni 313

Fjórar kennslubækur eru notaðar í líkinda- og tölfræðikennslu í skólunum níu. *Tölfræði* eftir Jón Þorvarðarson (MR, FSu, MA og MS), *Líkindareikningur og tölfræði* eftir Ingólf Gíslason (TS), *Tölfræði með tölum* eftir Ásrúnu Matthíasdóttur, Svein Inga Sveinsson og Stefán Árnason (FÍV, ME og MK) og *Tölfræði* eftir Svein Inga Sveinsson (FB). Í bók Jóns Þorvarðasonar er áhersla á dæmareikning með reiknivélum en í bók Ásrúnar Matthíasdóttur og félagar er áhersla lögð á lausn verkefna í töflureikni. Í hinum bókunum tveimur er megin áherslan á dæmareikning með reiknivélum en aðgerðir í töflureikni látnar fylgja með. *Tölfræði* eftir Svein Inga Sveinsson hefur ekki verið gefin út og verður hún því ekki til umfjöllunar hér.

Tölfræði eftir Jón Þorvarðarson hefur verið kennd í framhaldsskólum um árabil og er 5. útgáfa, frá árinu 1995, sú nýjasta. Texti bókarinnar er lipur og auðlesinn og mörg góð verkefni er þar að finna (þó mætti mögulega uppfæra sum þeirra). Efnið er stundum sett í sögulegt samhengi sem lífgar upp á bókina. Nokkur dæmi eru um rangar þýðingar á hugtökum, t.d. er orðið *dreifing* bæði notað yfir hugtakið *spread* og hugtakið *distribution* sem eru ólík hugtök og þörf á að gera greinarmun á þeim. Umfjöllun um ályktunartölfræði (8. og 9. kafli) eru að mati skýrsluhöfunda ruglingsleg, sér í lagi umfjöllun um tilgátuprófanir. Hér og þar vantar upp á nákvæmni, til að mynda eru ekki vísar á summutáknum og ekki er gerður greinarmunur á stórum stöfum (slembistærðum) og litlum (mælingum) eins og vani er í textum um tölfræði.

Líkindareikningur og tölfræði eftir Ingólf Gíslason kom út árið 2008. Uppbygging bókarinnar er áhugaverð og skemmtileg. Byrjað er á mengjum og stuttum inngangi að rökfræði, þá talningarfræði, líkindafræði og loks tölfræði. Textinn er yfirleitt skýr og eru skilgreiningar vel afmarkaðar. Einnig er ritháttur nákvæmur sem verður að teljast mikill kostur. Dæmin eru fjölbreytt og oft áhugaverð. Í bókinni er ágæt umfjöllun um misbeitingu tölfræðinnar. Líkt og í bók Jóns Þorvarðasonar eru kaflarnir sem snúa að

ályktunartölfræði ekki nægilega skýrir og vantar þar upp á nákvæmni.

Tölfræði með tölum eftir Ásrúnu Matthíasdóttur, Svein Inga Sveinsson og Stefán Árnason kom út árið 2000 og hefur hún verið prentuð nokkrum sinnum síðan þá. Í kennslubókinni er farið í grunnatriði líkinda- og tölfræði og hvernig nota má tölur (aðallega töflureikna, þó er minnst á SPSS-kerfið í lokin) í gagnaúrvinnslu. Fjöldann allan af verkefnum má finna í bókinni sem mörg hver eru ágæt, þó vantar stundum upp á nákvæmni í verkefnalýsingunum. Að mati skýrsluhöfunda er bókin mjög illa uppsett og textinn ruglingslegur. Skilgreiningar og setningar/reglur eru af skornum skammti og kemur fyrir að nota þarf hinar ýmsu aðferðir/hugtök í dæmum sem koma fyrir áður en skilgreiningin er gefin. Villurnar í kennslubókinni eru margar og má finna dæmi um, að því er virðist, grundvallarmisskilning á námsefninu. Skýrsluhöfundar álíta mjög alvarlega galla á bókinni og að það sé áhyggjuefni að bókin hafi verið kennd í framhaldsskólum landsins undanfarin ár.

Kennsluefni 503

Í fjórum skólanna er Norðanbókin *STÆ 503* notuð (FB, FSu, MA, TS), tveir skólar (ME, MK) nota *Stærðfræði 3000 - Heildun, deildajöfnur, runur og raðir*, einn skóli (FÍV) notar námsefni útbúið af kennurum Menntaskólans við Hamrahlíð, einn skóli (MS) notar erlendar kennslubækur, *Calculus* eftir Robert A. Adams og Christopher Essex á Eðlisfræðibraut og *Thomas' Calculus* eftir George B. Thomas, Maurice D. Weir og Joel R. Hass á Náttúrufræðibraut. Í einum skólanna (MR) er notað efni útbúið af kennurum skólans.

Meginkosturinn við *STÆ 503* eftir Jón Hafstein Jónsson, Níels Karlsson og Stefán G. Jónsson er að stærðfræðin í henni er sett fram á nákvæman og skýran hátt. Hætta er á að bókin reynist mörgum nemendum torlesin og margir myndu segja að of langt sé gengið í því að setja fræðin fram á formlegan hátt. Í samanburði við sambærilega bók úr *Stærðfræði 3000* bókaflöknum, sem fjallað er um hér á eftir, er í flestum tilvikum farið í meira efni og kafað dýpra í fræðin. Í dæmaköflum er lítið sem ekkert af dæmum um hagnýtingar en hins vegar er í bókinni ágætur kafli um hagnýtingar á deildajöfnum með góðum verkefnum fyrir nemendur. Fá dæmi í bókinni reyna beint á skilning nemenda á hugtökum og setningum. Einnig skortir dæmi þar sem nemendur þurfa að finna eigin röksemdafærslur. Ekki eru í bókinni verkefni eða tengingar við reiknitæki eða nútíma upplýsingatekni.

Meginkostur bókarinnar *Stærðfræði 3000 - Heildun, deildajöfnur, runur og raðir* bókarinnar er fjölbreytt dæmi í dæmaköflum, mörg hver um hagnýtingar, og einnig er í bókinni kafli um hagnýtingar á deildajöfnum. Aðalgallinn er hversu framsetningin á fræðunum er ónákvæm og yfirborðsleg. Dæmi um ruglandi er skilgreining á runu „Runa er endanlegt eða óendanlegt safn talna eða liða sem fylgir ákveðinni reglu og er raðað upp á reglubundinn hátt.“ (bls. 137). Ekki eru í bókinni verkefni þar sem nemendur eiga að vinna með skilgreiningar, setningar og sannanir og þar sem nemendur eiga að setja fram eigin röksemdafærslur. Í bókinni eru verkefni þar sem nota á tölur og reiknitæki, en þau verkefni bera þess merki að bókin er nokkuð komin til ára sinna.

Kennsluefnið *STÆ 503* útgefið af Menntaskólanum við Hamrahlíð²³ ætti frekar að skoða sem fyrirlestraglósúr en sem fullbúna kennslubók. Allt efnið er „formúlumiðað“, þ.e.a.s. mest áhersla er á að kenna nemendum að meðhöndla formúlur til að leysa ákveðnar gerðir dæma. Ef aðeins er horft á það markmið er efnið skýrt og vel uppsett. Lítil áhersla er lögð á að rýna í hugtök og ekkert er minnst á hagnýtingar, utan útreikning á rúmmáli kúlu og eitt sýnidæmi um jafnmunarunu. Ekki er heldur sjáanleg nein viðleitni til að gera stærðfræðina áhugaverða og spennandi og ekki eru þar heldur verkefni eða tengingar við reiknitæki eða nútíma upplýsingatækni.

Calculus - a complete course eftir Robert A. Adams og Christopher Essex er notuð bæði í Háskóla Íslands og Háskólanum í Reykjavík í námskeiðum ætluðum verkfræðinemum á fyrsta ári. Í bókinni má finna umfjöllun um allt það efni sem talið er upp í áfangalýsingu *STÆ503* úr aðalnámskránni frá 1999, að undanskyldum *prepasönnunum*. Í bókinni eru ýtarleg og nákvæm umfjöllun um fræðin og einnig er fjallað um ýmsar hagnýtingar. Í dæmaköflum eru verkefni um skilgreiningar, setningar og sannanir þar sem nemandi þarf að setja fram eigin röksemdafærslur og einnig fjölmörg dæmi um hagnýtingar. Fjallað er um notkun stærðfræðiforrita og tilheyrandi verkefni fylgja. Flest það sem sagt er hér að ofan á einnig við um bókina *Thomas' Calculus* eftir George B. Thomas, Maurice D. Weir og Joel R. Haas.

Í MR er notuð bókina *Stærðfræði handa 6. bekk náttúrufræðibrautar* eftir Birgi Guðjónsson, Gylfa Guðnason, Sigríði Hlíðar og Yngva Pétursson. (Í úttektinni er miðað við handrit á lokastigi frá maí 2013.) Helstu kostir bókarinnar eru að hún er skynsamlega upp byggð og skilgreiningar og setningar settar fram með hnitmiðuðum hætti. Bókin er hins vegar nokkuð þurr og lítið er fjallað um hagnýtingar stærðfræðinnar í öðrum greinum og lítið sem ekkert gert til að útskýra hugtök eða niðurstöður með óformlegum hætti. Hvað varðar skort á hagnýtingum er þó ein mikilvæg undantekning sem er mjög vel skrifaður kafli um deildajöfnur og áhugaverðar hagnýtingar þeirra. Umfjölluninni fylgir góður dæmakafli. Engin verkefni eru í bókinni þar sem við sögu koma vísindalegar reiknivélar eða stærðfræðiforrit.

Ályktanir og tillögur

Í umsögnum hér að framan er einkum horft á stærðfræðilegt innihald bókanna og hvort fræðin eru sett fram á viðunandi hátt. Í mörgum tilvikum eru alvarlegir gallar á framsetningu efnisins. Bækurnar eru líka margar hverjar komnar til ára sinna og þeir möguleikar sem nútíma reiknitæki og upplýsingatækni bjóða upp á eru ekki nýttir.

Að mati skýsluhöfunda er þörf á nýjum valkostum varðandi kennsluefni í stærðfræði fyrir framhaldsskóla. Í kennsluefninu þarf að vera tryggt að stærðfræðin sé sett fram á réttan og nákvæman hátt. Hagnýtingar og tengingar við aðrar greinar þurfa að fá sitt pláss og nýta þarf nútíma tækni til að auka skilning nemenda á stærðfræði og til að auka leikni þeirra í að fást við stærðfræðileg verkefni. Markvisst þarf að vinna með þau atriði sem talin eru upp undir *Hæfni* í hæfniprepunum í aðalnámskránni frá 2011, en þessi atriði eru: miðlun í mæltu og rituðu máli, stærðfræðileg hugsun, lausnir

²³Sjá <http://vefir.mh.is/stae/afangatangt.htm>. Sótt 24.03.2103

þrauta og verkefna, röksemdafærslur og sú stærðfræði sem nýttist í daglegu lífi og telst til almennrar menntunar. Í aðalnámskránni frá 2011 eru ekki áfangalýsingar þannig að þegar skólar semja sínar námskrár og áfangalýsingar er mögulegt að verulegur munur verði á milli skóla á því hvaða efni er tekið fyrir og hvernig námsefni á hverri námsbraut er raðað niður á áfanga. Því er líklegt að þörf skapist fyrir fjölbreyttara og sveigjanlegra kennsluefni og jafnframt gæti farið svo að markaður fyrir útgefið kennsluefni minnki því skólarnir verði með ólíkar skilgreiningar á áföngum.

Skiptar skoðanir eru meðal kennara framhaldsskólanna á kennsluefni á ensku. Skýrsluhöfundar álíta að kennslubækur í stærðfræði á framhaldsskólastigi skuli almennt vera á íslensku, enda er það í samræmi við íslenska málstefnu²⁴. Hins vegar er ekkert því til fyrirstöðu að nota ítarefni á ensku (eða öðrum tungumálum ef nemendur eru læsir á þau).

Opinber stuðningur við gerð námsgagna fer í gegnum *Þróunarsjóð námsgagna*, en sjóðnum er bæði ætlað að styðja gerð námsgagna fyrir grunnskóla og framhaldsskóla. Á árunum 2009-2013 var úthlutað úr sjóðnum til 281 verkefnis og þar af 15 verkefni í stærðfræði. Í töflum yfir úthlutanir er aðeins getið um titla verkefna og í fljótu bragði virðist aðeins um þriðjungur þessara verkefna gagnast framhaldsskólum beint.

Ein af megingtillögum skýrsluhöfunda er að Mennta- og menningarmálaráðuneytið komi á fót sérstöku fagráði í stærðfræði. Skv. tillögunum er lagt til að fagráðið hafi frumkvæði að gerð nýs kennsluefnis í stærðfræði, hugsanlega með beinum fjárstuðningi við gerð og útgáfu kennslubóka. Tilvalið væri að nýta möguleika netsins við dreifingu á kennsluefni, t.d. gæti fagráðið stuðlað að uppsetningu á ritstýrðum vef með kennsluefni, til dæmis dæmasöfnum, myndskleiðum um ýmis atriði og ítarefni um notkun tölva og upplýsingatækni og myndu notendur leggja efni inn á vefinn. Þannig væri hægt að reka í samhengi við samskiptavef fyrir stærðfræðikennara, samanber það sem sagt var hér að framan um samskipti og samstarf kennara. Skýrsluhöfundar leggja einnig til að fagráðið komi að gæðaeftirliti með því kennsluefni sem er í boði.

²⁴Sjá <http://www.menntamalaraduneyti.is/meningarmal/islenskt-mal/islensk-malstefna/>. Sótt 25.03.2014.

4. kafli

Nám og kennsla

Eftirfarandi lýsingu er að finna í námskránni frá 1999 (bls. 25):

Kennsla í stærðfræði ætti að efla rökfasta hugsun en hún þarf einnig að efla hugkvæmni. Hún á að laða fram gagnrýna og greinandi hugsun hjá nemandanum en einnig sjálfstraust, forvitni og löngun til að rannsaka og leita lausna á hinu óþekkta.

Þegar best lætur í stærðfræðikennslu nást þau markmið sem hér er lýst, en það er ekki auðvelt.

Góður árangur í stærðfræðikennslu í framhaldsskóla byggir nær undantekningalaust á því að innan skólans ríki metnaður og áhugi, bæði meðal kennara og nemenda. Huga þarf að mörgu til að skapa slíkan vinnuanda og mætti þar helst nefna menntun kennara, undirbúning nemenda og festu í skólastarfinu.

Sé einblínt á einstakan áfanga þá eru tvö skilyrði nauðsynleg til þess að árangur náist: Kennarinn þarf að hafa gott vald á efninu og nemendur nægan undirbúning til að ráða við áfangann. Einnig skiptir máli að gott skipulag sé á heimavinnu og kennslustundum.

4.1. Áfangarnir þrír

Hér verða raktar niðurstöður athugana á framkvæmd áfanganna þriggja sem teknir voru til sértakrar skoðunar. Fyrir hvern þeirra eru settar fram tvær töflur. Sú fyrri felur í sér greiningu á efni áfangans eftir skólum (sjá töflur 4.1, 4.3 og 4.5) og sú síðari kortlagningu á námsmati eftir skólum (Sjá töflur 4.2, 4.4 og 4.6). Í svo til öllum tilfellum lágu fyrir ítarlegar kennsluáætlanir. Í flestum tilvikum er miðað við kennsluáætlanir og gögn frá 2012.

Í efnisþáttatöflunum merkir K að efnisþátturinn er í kennsluáætlun og kennsluefni og N merkir að hann er kemur fyrir í námsmati. Við sundurliðun áfanganna í efnisþætti er að mestu stuðst við námsskrána frá 1999 og töflurnar útfylltar samkvæmt gögnum sem skólarnir létu í té.

STÆ102/103

Athugun á námsefni og prófum byrjunaráfanganna leiðir í ljós að miklu munar í efnisvali milli skóla og enn meiru munar í efnistöfum. Í sumum skólum er nánast engu bætt við námsefni grunnskóla, en í öðrum er grunnskólaefni aðeins litið hluti námsefnisins.

Lítið samband er milli þess hversu mikla áherslu skólarnir leggja á námsefni umfram grunnskólaefni og hve erfið prófdæmi eru. Þrír skólar takmarka námsefnið við talna-reikning og algebru; einn þeirra lætur nemendur reikna algebrudæmi í þyngri kantinum á lokaprófi meðan annar er með mjög létt próf. Eins er um þá skóla sem lengst ganga í að kynna nemendur fyrir nýju námsefni, sumir eru með efnismikil verkefni og próf meðan aðrir leggja fremur létt próf fyrir nemendur.

Sameiginlegt vandamál nær allra skólanna er að stór hluti nemenda á fyrsta ári kann ekki nóg í grunnskólastærðfræði til þess að geta hafið nám á eðlilegum námshraða. Skólarnir mæta þessu með ýmsu móti, t.d. með hægferðum eða núlláföngum.

Framangreindur munur í efnisvali og efnistöfum milli skóla gæti farið vaxandi, enda eiga nú skólarnir hver fyrir sig að semja sína námskrá. Sjálfstæði skólanna þarf að fylgja skipulegt eftirlit og samræmt mat á kunnáttu og hæfni nemenda milli skóla.

Að mati skýrsluhöfunda er í flestum skólunum mikil áhersla á algebru á kostnað annarra þátta. Kristín Bjarnadóttir segir í grein sem birtist í *Netlu* árið 2012¹ að í fimm fjölbrautaskólum sem hún skoðaði hafi í áfanganum STÆ102 verið lögð meiri áhersla á algebru en segir til um í aðalnámskránni frá 1999. Einnig segir Kristín í grein sinni: „Ekki verður séð af kennsluáætlunum að lýsingunni „Auk styttri verkefna vinni nemendur a.m.k. eitt samvinnuverkefni eða ritgerð, t.d. um hagnýtingu stærðfræðinnar í daglegu lífi“ hafi verið gaumur gefinn, né heldur því sem svo er lýst: „geti beitt fjölbreyttum vinnubrögðum við lausn stærðfræðilegra verkefna“.“

Skýrsluhöfundar álíta að efnisvalið í STÆ102/103 orki tvímælis þegar hugsað er til nemenda sem taka litla stærðfræði. Áfangarnir STÆ102/103 eru sameiginlegir nemendum af mörgum ólíkum námsbrautum og efnisvalið miðar við þá nemendur sem fara lengst í stærðfræði. Fyrir marga nemendur er þessi fyrsti áfangi í stærðfræði einnig sá næst síðasti, og þarfir þeirra nemenda eru allt aðrir en nemenda þar sem þessi áfangi er sá fyrsti í röð 5-7 áfanga sem hafa það markmið að búa þá undir stærðfræðitengt háskólanám. Skýrsluhöfundar eru sammála Kristínu Bjarnadóttur sem segir í greininni sem vitnað er til hér að ofan: „Algebra er ólíkleg til þess að geta ein og sér, án frekari tengingar við viðfangsefni úr raunheiminum, orðið nemendum á síðasta námsári í stærðfræði veganesti til að takast á við lífið sem upplýstur þegn. Mun fjölbreyttara námsefni þarf til þess. Nærtækt dæmi væri aukin áhersla á fjármálalæsi og tölfraði.“ Í nýrri námskrá TS frá 2014 hefur efni fyrstu tveggja áfanga verið endurskoðað og bætt inn atriðum úr tölfraði og viðskiptareikningi. Skýrsluhöfundar álíta þessar breytingar mjög til bóta. Það gæti verið til mikilla bóta ef byrjað er á nýju efni við upphaf framhaldsskóla en ekki bara haldið áfram þar sem frá var horfið við lok grunnskóla.

¹ Kristín Bjarnadóttir (2012). Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla – Námskrá og áherslur. *Netla – Veftímarit um uppeldi og menntun*. Greinin er aðgengileg á <http://netla.hi.is/arid-2012>.

Tafla 4.1: Efnisþættir byrjunaráfanga skólanna

	FB 102	FV 102	FV 103	FSu 102	FSu 103	MA 1A50	MA 2A50	ME 1A R5	MK 102	MK 103	MR mál	MR nátt	MS fél	MS nátt	TS 102	STÆ102	STÆ103
Talnareikningur	KN	K	K	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN			KN	K	KN	X	X
Algebra og jöfnur	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	X	X
Hlutföll og prósentur	KN	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	X	X
Hnitakerfi og lína		KN	KN	KN	KN	KN	K	KN	KN	KN	KN				KN	X	X
Forsendur og sammanir			K				KN			K	KN	KN		KN		X	X
Rúmfræði			KN					KN		KN	KN	KN	KN	KN		X	X
Þrífyrningar		N	KN					KN			KN	KN	KN	KN		X	X
Hornaföll			K		KN					KN				K		X	X
Flatar- og rúmmál			KN		K			KN		KN	KN			K		X	X
Veldi og rætur	KN	K	N	N	KN	KN	KN	KN	K	KN	KN	KN	KN	KN			
Mengjafræði		N	N				KN							KN			
Vigrar, lograr o.fl.							KN										

Flestir framhaldsskólanna bjóða upp á tvo byrjunaráfanga, ýmist með sniði STÆ102 og STÆ103 eða áfanga sniðna að náttúrufræðibraut annars vegar og öðrum deildum eða sviðum hins vegar.

Í töflunum er merkt við hvern skóla með K ef efnisþætturinn er í kennsluáætlun og kennsluefni áfangans, með N ef hann kemur fram í námsmati (einkum í lokaprófum en einnig skynþrófum) og með KN ef námsþátturinn kemur fram á báðum stöðum.

Námsefni byrjunaráfanga spannar efni nokkurra áfanga sem lýst er í aðalnámskránni frá 1999. Í samamburðartöflunum er námsefnið borið saman við áfangalýsingar STÆ102 og STÆ103 úr aðalnámskránni frá 1999, því þeir áfangar spanna mestallt námsefnið. Merkt er með X við námsþátt ef hann var hluti af áfanga í aðalnámskránni.

Tafla 4.2: Námsmat í byrjunaráföngum skólanna.

	FB 102	FiV 102	FiV 103	FSu 102	FSu 103	MA	ME 1AR5	MK	MR	MS fél	MS nát	TS 102
Lokapróf	70% ²	60%	80% ²	70% ²	70% ^{2,6}	60% ²	60% ²	70% ⁵	67% ⁷	50%	60%	50%
Kaflapróf	15%	15%			22%	24%	30%			45%		40%
Mat/Alls ¹	2/3				3/3	3/4						
Verkefni	15%	25%			8%	12%	25%		22%			
Mat/Alls ¹	5/6								7/7			
Námseinkunn			20% ³	20% ⁴				30% ³	11%	5% ⁸	40% ³	
Mat kennara				10%		4%						10%

¹ Mat/Alls: Þá þýðir „3/4“ að lögð eru fyrir 4 próf/verkefni og einkunn er reiknuð út frá 3 bestu.

² Nauðsynlegt að ná lágmarkseinkunn á lokaprófi til að aðrir þættir gildi í námsmati.

³ Byggt á verkefnum, skynndiprófum og frammissiððu í kennslustundum.

⁴ Byggt á verkefnum og skynndiprófum.

⁵ Nemandi sem hefur fengið a.m.k. 6,5 hverju hinna þriggja kaflaprófa (kallað lotupróf í kennsluáætlun) getur sleppt lokaprófi.

⁶ Nemandi með 90% mætingu og veltareinkunn 8 eða hærri getur sleppt lokaprófi.

⁷ Í lok vetrar er gefin einkunn sem er meðaltal einkunnar úr jólaprófi, vorprófi og námseinkunnar. Námseinkunn byggir á skriflegum æfingum að 2/3 og frammissiððu í tímum að 1/3. Á haustmissri eru 7 skriflegar æfingar. Ná þar lágmarkseinkunn á jólaprófi og vorprófi.

⁸ Einkunn fyrir mætingu.

STÆ313

Sé lýsing á STÆ313 í námskránni frá 1999 og hæfniviðmiðin í þeirri nýju skoðuð má sjá að inntak fyrsta áfanga í líkinda- og tölfraði greinist í þrjá meginþætti: lýsandi tölfraði, talningarfraði og líkindafræði. Einnig má lesa úr lýsingunum að nemendur eigi að temja sér gagnrýnin viðhorf í úrvinnslu tölulegra gagna. Þessi undirstöðuatriði eru stór hluti af almennri talnalæsi.

Til að öðlast innsýn í tölfraðileg hugtök getur verið hollt að reikna dálítið í höndunum eða með aðstoð reiknivélar, en mikilvægt er að nemendur fái þjálfun í að fást við raunveruleg gögn með aðstoð tölvu. Töflureiknar eru algengasta hjálpartækið við tölfraðilega reikninga í framhaldsskólum. Þeir eru ágætir þegar unnið er með lýsandi tölfraði, en hún er megininntak tölfraðináms í framhaldsskóla. Við kennslu í ályktunartölfraði eru töflureiknar hins vegar ófullnægjandi og mikilvægt að nota þess í stað sérstakan tölfraðihugbúnað eins og til dæmis R^2 . Í þremur af skólunum níu fá nemendur þjálfun í reikningi í höndunum og úrvinnslu í töflureikni (MA, MR og FB). Þrjár skólanna leggja alla áherslu á reikning í höndunum og með reiknivél (FSu, MS og TS) og í þremur skólanna er öll áhersla á úrvinnslu í töflureiknum (FíV, ME og MK).

MR sker sig töluvert úr þegar kemur að líkinda- og tölfraðikennslu. Tölfraði er kennd allt árið í 3. ári í máladeild en nemendur á náttúrufræðideild fara í tölvufræði á 2. ári þar sem farið er í myndræna framsetningu og lýsandi tölfraði. Líkindafræði og tilheyrandi talningarfræði er ýmist til umfjöllunar á 3. eða 4. ári í náttúrufræðideildum og eðlisfræðideildum. Tekið er mið af námsáætlunum á máladeild í töflunni hér á eftir. Vegna þess að skipulag líkinda- og tölfraðináms í MR og MS er mjög frábrugðið því sem er í áfangaskólunum eru MR og MS ekki með í töflunni þar sem námsmati er lýst.

Efnisþáttataflan, tafla 4.3, sýnir að flestir námsþættir sem tilgreindir eru í námskránni frá 1999 eru kenndir í flestum skólanna. Þó virðist lítið áhersla vera lögð á umræðu um misbeitingu tölfraðinnar. Neðan við næst neðstu línuna í töflunni eru nokkrir efnisþættir sem ekki er getið um í námskránni frá 1999. Þeim eru hafðir með vegna þess að um þá er fjallað í einhverjum skólanna níu. Einnig var efnisþættinum *Sannanir* bætt við vegna þekkingarviðmiðanna á hæfniprepi 3 í námskránni frá 2011. Eftirtektarvert er að sannanir verða alveg útundan í námsefni skólanna.

Efni áfangans virðist kennt á svipaðan hátt í skólunum níu. Kennari byrjar kennslustundina yfirleitt á innlögn og nemendur fara svo að leysa verkefni með aðstoð kennara ef með þarf. Í þeim skólum sem kennt er á töflureikna vinna nemendur í tölvum en í hinum skólunum reikna nemendur dæmi með aðstoð reiknivélar. Rétt er að minnast á skemmtilegar kynningar nemenda á verkefnum um mengi í Tækniskólanum og áhugaverð líkindafræðiverkefni sem nemendur unnu saman í hópum í MS þegar skýrsluhöfundar sóttu þá skóla heim. Þrátt fyrir svipaða kennsluhætti er námsmatið ólíkt í skólunum eins og sjá má í töflu 4.4.

Mikilvægt er að leggja áherslu á skilning burtséð frá því hversu öflug hjálpartæki eru

²<http://www.r-project.org/>

Tafla 4.3: Efnisþættir í líkinda- og tölfraði.

	FB	FíV	FSu	MA	ME	MK	MR	MS	TS
Tíðnitöflur, hlutfallstíðni	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	KN
Myndræn framsetning	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	K
Helstu lýsistærðir	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN
Notkun töflureikna	N	KN		N	KN	KN	N		
Varast misbeitingu tölfraðinnar			KN	K			K	K	K
Hópverkefni, gögnum safnað	N	N		N		N	N		
Mengi, útkoma, atburður	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	KN
Talning	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN
Líkur í einföldu líkindarúmi	KN	KN	KN	KN		KN	KN	KN	KN
Sam-, sniðatburðir, óhæði		KN	KN	KN		KN	KN	KN	KN
Skilyrt líkindi		K	K	K		K	K	K	K
Tvikostadreifing	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN
Normaldreifing	KN		KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN
Fylgni	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	K	KN
Verkefni um líkindareikning								N	N
Prósentureikningur	KN						N	N	
Öryggisbil			K		KN		KN		KN
Rökfræði									KN
Spálíkön		KN			KN	KN			
Tilgátupróf					KN		KN		
Sannanir									

Tafla 4.4: Námsmat í líkinda- og tölfraði. MR og MS er sleppt þar sem þetta efni er ekki eins skýrt afmarkað í námsmati eins og í áfangaskólum.

	FB	FíV	FSu	MA	ME	MK	TS
Skriflegt lokapróf	55%		80%	70%			50%
Lokapróf í töflureikni		50%			60%	70%	
Skyndipróf		25%	5%			10%	50%
Skrifleg verkefni	23%		15%	15%			
Verkefni í töflureikni	22%	25%		15%	40%	20%	

notuð við kennsluna. Óhætt er að fullyrða, út frá fyrirliggjandi gögnum og skólaheimsóknunum, að lítið er gert til að efla skilning á efninu. Meiri áhersla virðist vera lögð á reikniðferðir en að skýra þær hugmyndir sem liggja að baki þeim. Í sumum skólanna gengur þetta jafnvel svo langt að nemendum er fyrst og fremst kennt að leysa nokkrar gerðir af dæmum. Sem dæmi um rangar áherslur má nefna að í flestum skólanna er töluverð áhersla lögð á að búa til bilskiptar tíðnitöflur og reikna lýsistærðir út frá

þeim. Þetta verður að teljast gagnslítill þekking þegar fólk hefur aðgang að tölvum. Betra væri að verja tímanum í að ræða hvaða lýsistærðir eiga við hverju sinni.

Skýrsluhöfundar sakna umfjöllunar um gagnrýnin viðhorf í úrvinnslu tölulegra gagna. Námskeið í líkinda- og tölfræði ætti að vera kjörinn vettvangur til að fjalla t.d um grunnatriði tilraunahögunar. Þannig mætti fræða nemendur um mismunandi tegundir úrtaka, svo sem slembiúrtök, sjálfbodaliðaúrtök og aðgengisúrtök sem mun gera þeim kleyft að lesa niðurstöður rannsókna með gagnrýnum augum.

STÆ503

Samkvæmt almennum hluta aðalnámskrár frá 1999 er áfanginn STÆ503 lokaáfangi í stærðfræði í kjarna náttúrufræðibrautar. Í áfangakerfisskólum taka nemendur áfanga með því efni sem fellur undir áfangalýsingu STÆ 503 að öllu jöfnu í fyrsta lagi á 5. misseri, en í bekkjarkerfisskólunum tveimur (MR og MS) skiptist þetta efni á milli 3. og 4. námsárs.

Í aðalnámskránni frá 1999 er lýsing á markmiðum áfangans. Þar er fjallað um hugtök sem nemendur eigi að kunna skil á og tilgreindar ákveðnar sannanir sem þeir eigi að geta rakið. Í áfangalýsinguinni eru ekki sett fram sértæk markmið varðandi reiknitæki eða notkun upplýsingatækni en í lokamarkmiðum stærðfræði á náttúrufræðabraut segir að nemandi eigi að hafa öðlast færni í notkun reiknitækja. Á þriðja hæfniprepi í stærðfræði í aðalnámskránni frá 2011 eru talin upp atriði sem virðast eiga sérstaklega við áfangann STÆ503. Þar er sagt að nemendur skuli þekkja *endanlegar og óendanlegar runur og raðir og tengsl deildunar og heildunar*. Ennfremur segir þar að þeir skuli hafa öðlast færni í notkun vísindalegra reiknivéla og stærðfræðiforrita með tilliti til takmarkana þeirra. Jafnframt kemur fram að nemendur skuli geta

- unnið með merkingu og tengsl hugtaka í námsefninu,
- klætt yrt verkefni í stærðfræðilegan búning, leyst og túlkað lausnina,
- fylgt röksemdafærslu í mæltu máli og texta,
- rakið sannanir í námsefninu,
- greint hvenær röksemdafærsla getur talist fullnægjandi sönnun,
- byggt upp einfaldar sannanir.

Viðfangsefnum áfangans má skipta í þrjá hluta. Í fyrsta hlutanum er *heildun*, í öðrum *deildajöfnur* og *runur og raðir* í þeim þriðja. (Venjuleg er fjallað um þessa þætti í þessari röð en í MK hefur verið byrjað á runum og röðum með góðum árangri.) *Heildun* er undirstöðuhugtak í stærðfræðigreiningu. *Deildajafna* er jafna þar sem kemur fyrir óþekkt fall og afleiður þess. Til eru aðferðir til að leysa tiltekna gerðir deildajafna og þessar aðferðir fela iðulega í sér heildareikning. Deildajöfnur eru grundvallartæki í mörgum hagnýtingum stærðfræðinnar. *Runur og raðir* er efni sem á þessu stigi námsins virðist lítt tengt hinum tveim aðalviðfangsefnum áfangans. Í verkefnum reynir á

grunnskilning á hugtökum svo sem *jafnmunaruna* og *jafnhlutfallaruna* og einnig á einfaldan talnareikning og algebru. Í tengslum við runur og raðir er svo oft fjallað um *stærðfræðilega þrepun*.

Mikill munur er á innihald námsins og efnistöku milli skóla eins og kemur fram í töflunni hér að neðan.

Tafla 4.5: Efnisþættir

Efnisþáttur	FB	FíV	FSu ¹	MA	ME	MK	TS	STÆ503
Afleiður							KN	
Ferlateikning				KN ¹			KN	
Línuleg nálgun	KN		KN	KN				
Andhverfur hornafalla	KN		K	KN				
Stofnföll	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	X
Flatarmál	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	X
Skilgr. ákveðins heildis	KN		K	KN	K	KN	K	X
Undirstöðusetning	K	K	K	KN	K	KN	K	X
Hlutheildun	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	X
Innsetning	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	X
Stofnbrot	KN	KN	KN	KN	KN	KN	KN	X
Rúmmál snúða	KN	KN	KN	KN	KN		KN	X
Deildajöfnur	KN	K	KN	KN	KN	KN		X
Hagnýtingar deildajafna		KN ²	KN	KN		KN		X
Runur og raðir	KN	KN	KN	KN	KN	KN		X
Þrepasannanir		KN	KN	KN	KN			X

¹ Upprifjun.

² Kemur aðeins fram í einu litlu verkefni í lokaprófi.

Í TS hefur efni áfanga „hliðrast til“ þannig að efni sem samkvæmt aðalnámskrá frá 1999 tilheyrir áfanganum STÆ403 er komið í áfangann STÆ503 en í staðinn gefst ekki tóm til að fjalla um deildajöfnur og runur og raðir. Að sögn kennara næst að nokkru að vinna þetta upp í næsta áfanga.

Í bekkjarkerfisskólunum MS og MR skiptist efni STÆ503 á milli 3. og 4. námsárs á náttúrufræða- og eðlisfræðibrautum. Í báðum skólunum er fjallað um öll þau efnisatriði sem koma fyrir í áfangalýsingunni úr aðalnámskránni 1999 og fjallað er um þau á ítarlegri hátt en alla jafna er gert í STÆ503.

Eins og segir hér að framan þá skiptist efni áfangans STÆ503 á milli 3. og 4. námsárs í MR. Samsetning námsmats er mismunandi á milli námsbrauta. Námsmat fyrir

KAFLI 4. NÁM OG KENNSLA

Tafla 4.6: Námsmat

Skóli	FB	FíV	FSu	MA	ME	MK	TS
Lokapróf	0%	70% ¹	70% ²	60% ³	45 ¹	70% ⁴	50%
Kaflapróf	70%		20%	28%	30%	15% ⁴	42%
Í mati/Fjöldi ⁵	4/4		4/4	6/6	3/3	3/4	2/3
Skilaverkefni	30%			12%		10% ⁴	
Í mati/Fjöldi ⁵	5/6			6/6		8/10	
Námseinkunn		30% ⁶	10% ⁷		25% ⁸		
Annað						5% ⁹	8% ¹⁰
Vægi lesins efnis	0%	0%	0%	25%	10%	10%	0%

¹ Nauðsynlegt að ná lágmarkseinkunn á lokaprófi til að aðrir þættir gildi í námsmati.

² Nái nemandi meðaleinkunn 7,5 eða hærri í stöðuprófum og hafi skilað öllum heimadæmum á tilsettum tíma með meðaleinkunn 7 þá getur hann sleppt lokaprófi.

³ Lokapróf er tvískipt, annars vegar klukkustundar próf úr lesnu efni sem gildir 40% og hins vegar 2 klukkustunda próf með reikningsdæmum sem gildir 60%.

⁴ Til að námsþáttur gildi þarf einkunn í honum að vera að minnsta kosti 4,5.

⁵ Hér þýðir „3/4“ að lögð eru fyrir 4 próf/verkefni og einkunn er reiknuð út frá 3 bestu.

⁶ Vetrareinkunn sem byggir á unnum verkefnum, frammistöðu í kennslustundum, árangri í skyndiprófum og ástundun.

⁷ Skiladæmi og önnur vinna.

⁸ Byggir á tímaverkefnum og heimadæmum.

⁹ Sjálfsmat.

¹⁰ Hópverkefni.

3. námsár er með svipuðum hætti í Náttúrufræðideild I og Eðlisfræðideildum I og II. Gefnar eru tvær einkunnir, ein í lesinni stærðfræði (hugtök, setningar, sannanir og lausnir dæma sem eru í kennsluefninu) og önnur í ólesinni stærðfræði. Báðar einkunnirnar eru þannig samansettar að 90 mínútna próf er í desember og annað slíkt í lok skólaársins og lokaekinn er meðaltal einkunna úr þessum prófum og námseinkunnar sem er reiknuð út frá frammistöðu í tímum, og í skriflegum æfingum. Í lesnu stærðfræðinni kemur einnig inn einkunn úr munnlegu prófi, en það próf er hugsað sem æfing fyrir munnlegt próf sem er hluti af stúdentsprófi í lok 4. námsárs.

Í MS er heildun viðfangsefnið á vorönn 3. námsárs. Ef eðlisfræðikjörsvið náttúrufræðibrautar er tekið sem dæmi þá vegur lokapróf 65% af einkunn en 35% byggja á vinnu, ástundun og frammistöðu yfir önnina. Lokaprófið er tvískipt, annars vegar 90 mínútna próf þar sem mest spurt um hugtök og niðurstöður úr námsefninu og hins vegar 90 mínútna próf með reikningsdæmum. Á öðrum kjörsviðum náttúrufræðibrautar er minni áhersla á hugtök og niðurstöður.

Bæði í MR og MS er formlegt stúdentspróf við lok 4. námsárs þar sem er prófað úr efni 2., 3. og 4. námsárs.

Almennt virðist vera gott samræmi á milli námsmats og námsefnis og þeirra verkefna

sem nemendur fást við yfir önnina. Námskröfur eins og þær birtast í verkefnum og prófum eru mjög ólíkar eftir skólum. Þannig gæti nemandi fengið hæstu einkunn í þeim skólum þar sem minnstar kröfur eru en sama kunnátta myndi vart duga til að ljúka áfanganum í öðrum skólum.

Að mati skýrsluhöfunda er áherslan í áfanganum yfirleitt á þjálfun í beitingu tiltekinnna reikniáðferða við lausnir uppsettra dæma. Þetta leiðir til þess að ýmis atriði sem minnst er á í áfangalýsingu í aðalnámskránni frá 1999 og talin eru upp í hæfniprepi 3 í aðalnámskránni frá 2011 verða útundan. Sérstaklega vilja skýrsluhöfundar benda á eftirfarandi:

- Að MA, MR og eðlisfræðikjörsviði í MS undanskildum er hugtakaskilningi og þjálfun í röksemdafærslum lítið sem ekkert sinnt.
- Lítið er um verkefni sem krefjast þrautseigju og hugkvæmni. Í öllum skólunum er lítið sem ekkert um verkefni þar sem nemendur þurfa að byggja upp eigin sannanir.
- Ekki er leitast við að tengja efni áfangans við aðrar fræðigreinar og viðfangsefni daglegs lífs.
- Almennt er ekki næg áhersla lögð á notkun vísindalegra reiknivéla og stærðfræðiforrita.

4.2. Kennsluhættir

Í þessum hluta er ætlunin að taka saman ýmis atriði varðandi kennsluhætti og skipulag náms. Fyrst er fjallað um kennslustundir og er byggt á heimsóknnum skýrsluhöfunda í kennslustundir og viðtölum við nemendur og kennara. Í næsta hluta eru til umfjöllunar verkefni sem nemendur fást við og námsmat, þar á eftir ýmis sérúræði og að lokum viðhorf nemenda, en rætt var við yfir 70 nemendur. Í öllum skólunum er greinilegt að kennarar eru sífellt að leita leiða til að gera námið markvissara og árangursríkara.

Kennslustundin

Dæmigerðri kennslustund má lýsa á eftirfarandi hátt: Kennslustundin hefst á innlögnum kennara en nemendur taka síðan til við að leysa verkefni sem tengjast innlögnum kennarans. Yfirleitt glíma nemendur hver um sig við verkefni eða bera saman bækur sínar við sessunauta. Kennari gengur á milli og aðstoðar eftir þörfum. Ef kennari verður var við að margir nemendur stranda á sömu atriðunum þá útskýrir hann þessi atriði við töfluna eða fer yfir lausn einhverra þeirra verkefna sem nemendur eru að fást við. Í flestum kennslustundunum lögðu kennarar sig fram um að virkja nemendur þannig að innlögnum var ekki eintal kennarans upp við töfluna heldur samræða við nemendahópin. Margir kennarar nýta sér skjávarpa og tölvugert efni (t.d. efni útbúið í forritinu Geogebra) í innlögnum. Í mörgum tilvikum setti kennari efnið fram á mjög skýran og

KAFLI 4. NÁM OG KENNSLA

greinargóðan hátt. Í sumum tilvikum fannst skýrsluhöfundum hins vegar kennari ekki hafa nógu góð tök á efninu. Innlagnir kennara voru mislangar en yfirleitt á bilinu 15-25 mínútur. Stundum byrjuðu nemendur reyndar á að fást við verkefni strax í upphafi kennslustundar.

Þetta fyrirkomulag kennslustunda er einnig ríkjandi í grunnskólum eins og kemur fram í úttektarskýrslu um stærðfræðikennslu á unglingsstigi í grunnskólum³.

Kennarar brjóta þetta mynstur upp með ýmsum hætti, t.d. með því að láta nemendur vinna saman í pörum eða hópum að lausn verkefna. Í nokkrum skólum er markvisst unnið eftir annars konar skipulagi og hér á eftir er sagt frá þrem tilvikum.

Kennslustundir í MR eru í flestum tilvikum skipulagðar á annan hátt. Auk innlagna kennara með nýju efni þá er farið yfir lausnir verkefna við töflu og gert ráð fyrir að nemendur hafi leyst verkefnið heima. Oft er sá háttur hafður á að nemendur koma upp að töflu og sýna sínar lausnir undir leiðsögn kennara auk þess sem kennari bætir við útskýringum eftir þörfum. Lítið er um að nemendur vinni sjálfstætt að lausn verkefna í kennslustundum og kennari gangi á milli og aðstoði. Að sögn rektors MR eru svo mikil þrengsli í mörgum kennslustofum að slík kennsluáferð hentar illa. Í viðtölum við nemendur í MR var sérstaklega rætt um hvernig þeim líkaði að koma upp að töflu. Allir nemendurnir sem rætt var við kunnu vel við þetta fyrirkomulag. Nemendurnir sögðu það hvetjandi við heimanámið að þurfa að standa skil á dæmalausnum á þennan hátt og lærdómsríkt að fara með kennara í gegnum lausn upp við töflu. Reyndar vissu allir viðmælendur af nemendum sem væri illa við að koma upp að töflu en kennarar sýndu nærgætni við slíka nemendur og enginn væri neyddur til að koma upp að töflu.

Skipulag náms í ME er frábrugðið námsskipulagi annarra skóla. Skólaárinu er skipt í fjórar spannar með prófum á milli spanna. Nemendur ljúka heilum áfanga á spönn og eru í helmingi færri áföngum samtímis en gerist í öðrum skólum. Mikil áhersla er lögð á verkefnavinnu í skólanum og fer hún mest fram í skipulegum vinnutímum, en hefðbundnar kennslustundir eru færri en annars staðar gerist. Hver nemandi þarf að mæta í tiltekna stofu í vinnutíma og þar er til umsjónar einn af kennurum hans á spönninni. Annað sérkenni ME er mikil og almenn notkun nemenda á fartölvum í kennslustundum og vinnutímum. Í öðrum skólum virðast fartölvur oft valda ónæði í kennslustundum, en í ME eru þær eðlilegur þáttur í vinnu nemenda og kennara. Nemendur eru flestir með tölvur opnar í kennslustundum og í vinnutímum eru allir með fartölvu við hendina. Skólinn er ekki stór og því fylgja ákveðin vandamál, eins og til dæmis erfiðleikar við að halda úti kennslu í sérhæfðum áföngum, en skýrsluhöfundum virðist að með þessu fyrirkomulagi nýti skólinn sér smæðina og nálægðina við nemendur á jákvæðan þátt.

Í umræðu um kennsluhætti er þessa dagana oft rætt um *speglaða kennslu* (einnig kallað *vendikennsla* eða jafnvel *flippuð kennsla*). Hugmyndin er að innlagnir kennara séu aðgengilegar á netinu og nemendur skoði þær heima, en í kennslustundum fari fram

³Sjá bls. 24 í Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson, (2012). *Úttekt á stærðfræðikennslu á unglingsstigi grunnskóla*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið. Aðgengileg á <http://www.menntamalaraduneyti.is/frettit/forsidugreinar/nr/6882>.

umræður og það sem venjulega hefði verið kallað *heimavinna*, þ.e.a.s. vinna við verkefni. Kennarar í MA nota speglaða kennslu í fyrsta stærðfræðiafanga fyrir nemendur á raungreinasviði. Þetta fyrirkomulag var reynt í fyrsta skipti haustið 2013 og því ekki komin reynsla á það. Í viðtölum við nemendur voru sumir ánægðir en öðrum fannst vanta það tækifæri til umræðna og spurninga sem innlögn kennara í kennslustofu býður upp á. Í heimsóknum sínum í skólana heyrðu skýrsluhöfundar af fleiri dæmum um tilraunir með speglaða kennslu, bæði í stærðfræði og öðrum greinum.

Oft fannst skýrsluhöfundum tíminn í kennslustundum illa nýttur. Flestir nemendur virtust fylgjast með útskýringum kennara en í mörgum tilvikum þurfti kennari að ganga nokkuð eftir svörum við spurningum. Þegar kom að verkefnavinnu voru nemendur misvirkir og eyddu sumir nemendur drjúgum hluta tímans í að bíða eftir aðstoð kennara. Nokkuð var um að nemendur tándust inn í kennslustofuna löngu eftir að kennsla var hafin. Jafnframt bjástruðu þeir við fjarskiptatæki sín, og í nokkrum kennslustundum voru nemendur á rápi inn og út úr kennslustofunni til að sinna þessum tækjum. Í grein Kristínar Bjarnadóttur í *Netlu* árið 2011 er sagt frá nákvæmri athugun á fjórum kennslustundum og m.a. sagt frá því að á milli 5 og 11 nemendur yfirgáfu kennslustofuna í hverri kennslustund⁴. Í úttektarskýrslu um íslenskukennslu í framhaldsskólum er einnig ítarleg umfjöllun um námshegðun nemenda í kennslustundum⁵ og í mörgum tilvikum eru nemendur lítt virkir og áhugalausir.

Skýrsluhöfundar urðu vitni að því í einni skólaheimsókn að stórvirk jarðvinnuvél hamaðist fyrir utan glugga kennslustofunnar meðan á kennslu stóð með tilheyrandi skarkala og látum. Þar sem nærri lá að tröllaukin vélin strykist við gluggarúðurnar þá varð lítið úr kennslu. Framkvæmdir sem þessar á skólatíma bera því vitni að starf framhaldsskólans er á stundum harla lítils metið.

Tölvur og hugbúnaður

Notkun upplýsingatækni er mismikil í skólunum, en ekki er að sjá að stærð skólanna ráði miklu um það. Í flestum skólum má segja að tölvukostur sé viðunandi eða jafnvel mjög góður (skjávarpar í öllum stofum, rafrænar töflur, o.sv.frv.). Því miður er líka að finna skóla þar sem tölvur vantar í vinnustofur, prentarar virka ekki, netið er hægvirkt og þráðlaust netsamband lélegt.

Alls staðar er notað eitthvert vefrænt námsumsjónarkerfi, oftast Moodle. Þar geta kennarar lagt fram verkefni og kennsluefni og átt ýmis konar önnur samskipti við nemendur sína, en það er mjög einstaklingsbundið hve mikið kennarar nota sér þá möguleika. Í sumum skólum er mikil vinna lögð í gerð námsefnis sem nemendur geta sótt sér á netinu, en allmargir kennarar nota netið þó lítið sem ekkert við kennslu sína. Minni skólar nota sér gjarnan þann möguleika að geta vísað bestu nemendum sínum í fjarnám við stærri skóla og styðja við það nám með ýmsum hætti.

⁴Sjá bls. 9 í Kristín Bjarnadóttir (2011). Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla – Vandí og ávinningur. *Netla – Vef tímarit um uppeldi og menntun*. Greinin er aðgengileg á <http://netla.hi.is/arid-2011>.

⁵Sjá efnisgrein 5.4 í Svanhildur Kr. Sverrisdóttir, Ragnheiður Margrét Guðmundsdóttir og Sigurlína Davíðsdóttir (2011). *Úttekt á íslenskukennslu í framhaldsskólum*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.

Í stærðfræðikennslu eru töflureiknar á borð við Excel langmest notaði hugbúnaðurinn og notkunin er mest í tölfræðikennslu. Í þriðjungi skólanna fer nær öll sú kennsla í tölfræði fram í töflureikni og lítið er hirt um skilning nemenda á hugtökum. Í öðrum þriðjungi er dæmareikningur að mestu framkvæmdur í töflureikni, en umfjöllun um hugtök með hefðbundnum hætti. Í síðasta þriðjungnum reikna nemendur dæmin í höndunum og með reiknivélum, en tölvur eru ekki notaðar, þó að tölfræðilegir útreikningar raunhæfra dæma kalli á þær. Í einum skóla var þess getið að töflureiknir væri einnig notaður til að skoða tölulegar lausnir deildajafna.

Næst á eftir töflureiknum er Geogebra (og skyld forrit) algengasti hugbúnaðurinn í stærðfræðikennslu. Þetta er gagnvirkur hugbúnaður sem meðal annars er hægt að nota við kennslu í rúmfræði, tölfræði, algebru og stærðfræðigreiningu (t.d. deildun og heildun)⁶. Hugbúnaðurinn er opinn og ókeypis og hefur meira að segja verið þýddur á íslensku⁷. Talsvert hefur verið gert af því að kynna þennan hugbúnað fyrir kennurum og í sumum skólum er hann fastur þáttur í stærðfræðikennslunni.

Annar hugbúnaður til reikninga er ekki notaður í stærðfræðikennslu þessara skóla að neinu marki, en nemendum er sums staðar bent á nytsamlegar vefsíður. Þar er helst að nefna khanacademy.org með kennslumyndbönd, wolframalpha.com sem er alhliða tákneiknitæki og rasmus.is með tölvuvædd próf ásamt stuttum textum.

Verkefni og námsmat

Í aðalnámskránni 2011 segir á bls. 58:

Námsmat skal byggja á margvíslegum námsmatsaðferðum og fela í sér traustar heimildir um hæfni nemenda. Þess skal gætt að námsmatið taki til allra þátta námsins þannig að þekking nemenda, leikni og hæfni auk framfara sé metin. Námsmatsaðferðir geta verið verklegar, munnlegar eða skriflegar, falið í sér sjálfsmat, jafningjamat, símat og lokamat.

Flest þau verkefni sem lögð eru fyrir nemendur eru beinar æfingar í þeim aðferðum sem fjallað er um í kennslubókum og kennslustundum. Í flestum tilvikum byggir lausnin á því að setja inn í formúlu eða fylgja ákveðinni forskrift sem sett er fram í kennsluefni og kennari hefur útskýrt.

Í öllum hæfniprepum í aðalnámskránni frá 2011 (þau atriði sem vikið er að hér á eftir má einnig finna í einni eða annari mynd í aðalnámskránni frá 1999) eru talin upp fjölmörg atriði sem líta að tungumáli stærðfræðinnar og miðlun í mæltu og rituðu máli, stærðfræðilegri hugsun, lausnum þrauta og verkefna og röksemdafærslum. Verkefni af því tagi sem lögð eru fyrir nemendur geta vissulega verið liður í því að byggja upp þá hæfni sem lýst er í aðalnámskránni. En t.d. er í hæfniprepi 2 ætlast til að nemandi geti við lausnir þrauta og verkefna „beitt gagnrýninni og skapandi hugsun og sýnt áráði, frumkvæði, innsæi og frumleika við lausnir“ og nemandi nær ekki þessari hæfni ef svo til eingöngu er fengist við verkefni þar sem fylgt er fyrirfram gefinni aðferð.

⁶en.wikipedia.org/wiki/GeoGebra

⁷skrif.hi.is/geogebra/

Fá verkefni fjalla um hagnýtingar stærðfræðinnar í öðrum fræðigreinum eða daglegu lífi. Verkefni af því tagi ættu þó í samræmi við hæfniprepin í aðalnámskránni að skipa veglegan sess í stærðfræðinámi því þau krefjast þess að nemendur velti hlutunum fyrir sér og setji fram stærðfræðilegt líkan, sem síðan er hægt að fást við með aðferðum stærðfræðinnar. Þannig verkefni eru einnig kjörin til hópvinnu.

Annað atriði sem virðist lítið sinnt í þeim verkefnum sem lögð eru fyrir nemendur er hugtakaskilningur. Skilningur á hugtökum og nákvæmni í meðferð hugtaka er lykilatriði í að efla leikni og hæfni í stærðfræði og getu til að takast á við frekara nám í stærðfræði. Á hæfniprepum 2 og 3 er fjallað um hæfni til að skilja röksemdafærslur og sannanir og einnig hæfni til að setja saman sínar eigin röksemdafærslur og sannanir. Í kennsluefni sem skýrsluhöfundar skoðuðu var lítið um verkefni til að auka þessa hæfni, sérstaklega vantaði svo til alveg verkefni þar sem nemendur áttu að setja fram sínar eigin röksemdafærslur og sannanir.

Hér að framan má finna yfirlit yfir samsetningu námsmats fyrir hvern áfanga í hverjum skóla. Eins og sjá má af þessum töflum er samsetning námsmats og vægi einstakra þátta í lokaekinnun mjög breytileg eftir skólum. Í engu tilfelli er námsmat eingöngu byggt á skriflegu lokaprófi. Í einstaka tilfellum er ekki gert ráð fyrir skriflegu lokaprófi. Einnig eru dæmi þess að nemandi þurfi ekki að taka lokpróf ef hann hefur sýnt góðan árangur yfir önnina. Skýrsluhöfundar báru kennsluefni og verkefni sem nemendur fengust við í náminu saman við próf og önnur verkefni sem koma inn í námsmat og í öllum tilfellum var gott samræmi þar á milli.

Þær athugasemdir sem gerðar eru hér að ofan við þau verkefni sem lögð eru fyrir nemendur eiga einnig við um námsmatið. Í flestum tilvikum felst námsmatið að langstærstum hluta (90%–100%) í skriflegum einstaklingsverkefnum þar sem fengist er við einföld viðfangsefni sem eru leyst með því að fylgja gefinni forskrift. Veigamiklir þættir í hæfniprepunum í aðalnámskránni frá 2011 koma því lítt eða ekki inn í námsmat. Helsta undantekningin frá þessu er MR þar sem mikil áhersla er á „lesna stærðfræði“ í námsmatinu og auk skriflegra verkefna og prófa eru til viðbótar munnleg próf í lok 3. og 4. námsárs. Í MR og MS er haldið sérstakt *stúdentspróf* í stærðfræði þar sem allt námsefni 2., 3. og 4. námsárs er til prófs.

Viðhorf nemenda

Við gerð skýrslunnar var rætt við rúmlega 70 nemendur. Almennt eru nemendur bæði sáttir við kennara sína og kennsluna.

Þegar nemendur voru spurðir um hvernig kennslustund ætti að vera þá lýstu þau flest því fyrirkomulagi sem þau voru vön. Þetta á bæði við um þá sem voru vanir að í kennslustundum væri verkefnavinna ásamt innlögnum kennara og nemendur í MR þar sem venja er að nemendur komi upp að töflu í kennslustundum.

Nemendur voru einnig spurðir um hvaða eiginleika góður stærðfræðikennari þyrfti að hafa. Algennt var að nemendur nefndu góðar útskýringar, gott vald á námsefninu, skilning á vandræðum nemenda með námsefnið, þolinmæði og hjálpsemi. Mikill

samhljómur er á milli svara nemenda í úttektinni og viðhorfa nemenda sem rakin eru í grein Kristínar Bjarnadóttur í *Netlu* árið 2010⁸. Ánægjulegt er að geta þess að þegar spurt var um góða kennara nefndu margir nemendur þann kennara sem þau voru hjá.

Ýmsar aðfinnslur komu fram í viðtölum við nemendur. Nokkuð var um að nemendur kvörtuðu yfir kennslubókum. Nokkrir nemendur töldu að í sumum tilvikum hefðu þeir ekki fengið rétt fyrir lausn verkefnis vegna þess að orðalag eða uppsetning var ekki eins og hjá kennara.

Nokkrir nemendur minntust á lítið samráð á milli kennara í ólíkum greinum, t.d. að skiladagar verkefna rækjust á. Í MR er tölvukerfi skólans nýtt til að koma í veg fyrir slíka árekstra.

Sérúrræði

Í mörgum skólanna eru í boði sérstakir undirbúningsáfangar sem nemendur með litla stærðfræðikunnáttu úr grunnskóla eiga kost á að taka áður en þeir taka venjulegan fyrsta áfanga eins og STÆ102 eða STÆ103.

Í öllum skólunum nýu eru sérúrræði fyrir nemendur sem þurfa á meiri aðstoð að halda en veitt er í venjulegum kennslustundum. Þessi starfsemi ber mismunandi heiti svo sem stuðningstímar, stoðtímar og námsver. Misjafnt er hvort þessir tímar eru tengdir við ákveðna áfanga eða ekki. Sum staðar sjá stærðfræðikennarar skólans um þessa tíma (t.d. hefur kennari við TS í mörg ár verið með vel sóttar vinnustofur fyrir nemendur á laugardögum) en annars staðar aðstoða eldri nemendur við skólann. Ýmist er að nemendur nýta sér þessa hjálp að eigin frumkvæði eða kennarar velja út hverjum sé boðið í tímana.

Víða er lítið í boði til að hjálpa góðum nemendum til að þroska hæfileika sína. Áfangakerfið býður hins vegar upp á að taka fleiri einingar og hraðar en í hefðbundnu bekkjarakerfi. Í öðrum skólum er reynt að finna einstaklingslausnir fyrir mjög góða nemendur og sem dæmi um þetta má nefna að í MA er einn nemandi sem kemur til kennara og vinnur að þrautalausnum og í MK könnuðu kennarar möguleika fyrir góðan nemanda að sitja námskeið í stærðfræðigreiningu við háskóla. Háskólinn í Reykjavík leyfði nemandanum að sitja slíkt námskeið en Háskóli Íslands ekki þar sem nemandinn var ekki með stúdentspróf. Í sumum skólum stunda góðir nemendur, með eða án aðstoðar kennara, fjarnám í vissum áföngum t.d. við Verzlunarskóla Íslands.

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema og starfsemi tengd henni hefur um árabil verið vettvangur fyrir þá nemendur sem hafa sérstakan áhuga á stærðfræði til að sinna áhugamáli sínu. Í MR hafa lengi verið í boði sérstakar laugardagsæfingar fyrir áhugasama nemendur og hafa þær verið mjög vinsælar.

⁸Kristín Bjarnadóttir (2010). Góð stærðfræðikennsla og bragur í kennslustundum – Sýn nemenda í framhaldsskólum. *Netla – Vefritmarit um uppeldi og menntun*. Greinin er aðgengileg á <http://netla.hi.is/greinar-2010-rsg>.

Ályktanir og ábendingar

- Kennslustofan er vinnustaður nemenda og kennara. Nemendur ættu að vera mættir til starfa þegar kennslustundin hefst og tölvur og síma ætti einungis að nota í tengslum við námið.
- Nútíma reiknitæki og upplýsingatækni bjóða upp á marga möguleika í stærðfræðikennslu. Það er mikil áskorun fyrir kennara að nýta þessi hjálpartæki í kennslunni þannig að þau nýtist til að efla leikni, hæfni og skilning nemenda á stærðfræði án þess að hjálpartækin verði sjálf aðalatriðið í náminu.
- Í flestum skólunum felst námsmat að langstærstum hluta í skriflegum einstaklingsverkefnum og prófum þar sem viðfangsefnin eru að stærstum hluta reikningsdæmi sem á að leysa með stöðluðum reikniaðferðum. Í samræmi við við þá stefnu sem mörkuð er í aðalnámskránni frá 2011 (sjá tilvitnun hér að ofan) þurfa skólarnir að leita leiða til að gera námsmatið enn fjölbreyttara og láta það taka til fleiri þátta í náminu.
- Mjög mikil áhersla er á einstök efnisatriði og þjálfun í beitingu staðlaðra reikni- aðferða. Svo virðist sem almenn markmið leikni og hæfni varðandi tungumál stærðfræðinnar, miðlun, stærðfræðilega hugsun, lausnir þrauta og verkefna og röksemdafærslur verði útundan. Þetta er svipuð niðurstaða og fékkst í úttekt á íslenskukennslu í framhaldsskólum⁹ þar sem segir á bls. 5 „Kennarar virðast einkum fara eftir tilmælum í Aðalnámskrá sem snerta inntak námsgreinarinnar en horfa fram hjá tilmælum um sköpun, val, framsögn, hlustun og tjáningu.“ Líka má finna samsvörun við niðurstöður í rannsókn Atla Harðarsonar á skilningi framhaldsskólakennara á almennum námsmarkmiðum¹⁰, þar sem haft er eftir einum stærðfræðikennara (sjá bls. 8 í grein Atla) „að kröfur um mikla yfirferð efnisatriða stæðu gegn því að keppt væri að almennum markmiðum“.

⁹Svanhildur Kr. Sverrisdóttir, Ragnheiður Margrét Guðmundsdóttir og Sigurlína Davíðsdóttir (2011). *Úttekt á íslenskukennslu í framhaldsskólum*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.

¹⁰Atli Harðarson (2010). Skilningur framhaldsskólakennara á almennum námsmarkmiðum. *Tímarit um menntarannsóknir*, 7. árg. bls. 93–107

5. kafli

Árangur

Í þessum kafla verður rýnt í árangur af stærðfræðikennslu í framhaldsskólum. Þau markmið sem sett eru í lögum um framhaldsskóla¹ og aðalnámskránni frá 2011 eru margvísleg og mörg snerta stærðfræði á einn eða annan hátt. Skýrsluhöfundar ákváðu að einbeita sér að einu þessara markmiðum sem er að undirbúa nemendur undir nám á háskólastigi² og er sérstaklega skoðað háskólanám í greinum þar sem reynir verulega á undirbúning í stærðfræði. Skýrsluhöfundar álíta að full þörf sé á að athuga árangur hvað varðar önnur markmið, svo sem talna- og upplýsingalæsi, en lítið er fyrirbyggjandi af gögnum þar að lútandi.

Athugunin á hve vel nemendur eru undirbúnir undir háskólanám byggir á niðurstöðum könnunarprófs í stærðfræði sem lagt hefur verið fyrir nýnema við Verkfræði- og náttúruvísindasvið HÍ undanfarin ár, viðtölum við stjórnendur við HÍ og HR og svörum nokkurra háskólakennara við HÍ og HR við spurningum um stöðu nýnema í stærðfræði við upphaf háskólanáms.

5.1. Könnunarpróf

Frá árinu 2008 hefur könnunarpróf í stærðfræði verið lagt fyrir nýnema við Verkfræði- og náttúruvísindasvið HÍ við upphaf haustmisseris. Tilgangur prófsins er að kanna þekkingu og leikni nemenda í ýmsum grunnatriðum námsefnis framhaldsskóla. Könnunarprófið hefur verið borið undir framhaldsskólakennara í stærðfræði og voru þeir sammála um að verkefnunum á prófinu svipaði til verkefna sem lögð eru fyrir nemendur í framhaldsskólum. Niðurstöðurnar sem hér verður lýst eru frá árunum 2011 - 2013. Nánari lýsingu á könnunarprófinu má finna í grein í *Tímariti um menntarannsóknir* (2013)³. Niðurstöðurnar í þessari grein eru meðal annars þær að könnunarprófið hafi mikið forspárgildi um hvernig nemendum vegnar í stærðfræðinámi.

Könnunarprófið er lagt fyrir nemendur sem sitja í þeim fjórum fyrsta misseris námskeiðum í stærðfræðigreingu sem Verkfræði- og náttúruvísindasvið HÍ býður uppá. Þessir nemendur stunda námi í eðlisfræði, efnafræði, jarðeðlisfræði, jarðfræði, lífefna-

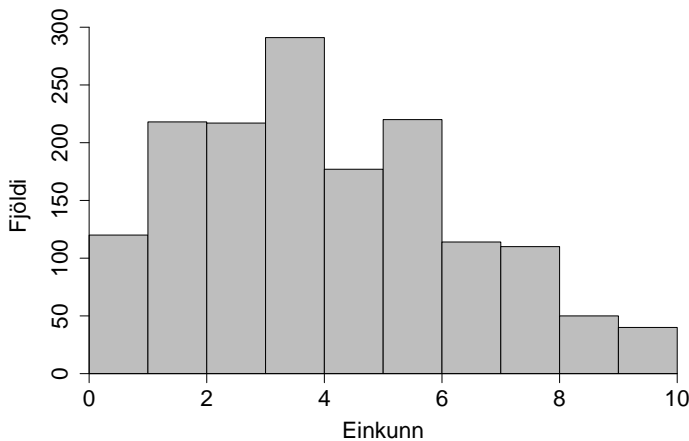
¹Lög nr. 92 frá 2008

²Sjá 18. gr. í lögum um framhaldsskóla nr. 92 frá 2008

³Anna Helga Jónsdóttir, Freyja Hreinsdóttir, Guðrún Geirsdóttir, Rögnvaldur G. Möller og Gunnar Stefánsson. (2013) Könnunarpróf nýnema í stærðfræði við Háskóla Íslands: Niðurstöður og forspárgildi. *Tímarit um menntarannsóknir*, 10, 11-23

og sameindalíffræði, lyfjafræði, matvælafræði, stærðfræði, tölvunarfræði og verkfræði. Á árunum 2011 til 2013 þreyttu 1557 nemendur prófið, þar af 599 nemendur úr skólunum níu sem eru til umfjöllunar í þessari skýrslu. Prófið er lagt fyrir í kennslustund þegar um vika er liðin af misseri. Nemendur vita af prófinu fyrirfram en eru ekki hvattir til að undirbúa sig fyrir prófið. Engin hjálpargögn eru leyfð. Á könnunarprófinu er spurt um 25 atriði og er gefið rétt eða rangt fyrir hvert þeirra. Stefnt er að því að nota þetta könnunarpróf áfram og því er prófið ekki birt hér.

Stuðlarit af einkunnum allra nemenda má sjá á mynd 5.1. Í þessu stuðlariti hefur árangur nemendanna verið reiknaður yfir í einkunn á skalanum 0-10. Meðaleinkun nemenda er 4,15, en hafa verður í huga að prófið er sett upp til að kanna þekkingu og leikni nemenda en ekki til að gefa þeim einkunn og þaðan af síður til að úrskurða um hvort nemandi hefur staðið eða fallið.



Mynd 5.1: Árangur nemenda á könnunarprófinu 2011-2013.

Öll atriðin sem spurt er um á könnunarprófinu, utan tveggja spurninga um tvinntölur, tilheyra námsefni áfanganna STÆ103, STÆ203, STÆ303, STÆ403 og STÆ503. Haustið 2013 sögðust um 84% þeirra sem tóku prófið hafa tekið í það minnsta 6 ann-ir af stærðfræði í framhaldsskóla⁴ og reikna má með að þessir nemendur hafi lokið a.m.k. þessum fimm áföngum, eða ígildum þeirra. Hér á eftir koma dæmi um hvernig nemendum gekk að svara einstaka dæmum haustið 2013.

Fyrsta verkefnið á könnunarprófinu var að reikna $\frac{6}{7} + \frac{1}{3}$. Hér svöruðu 86% nemenda rétt.

Næsta verkefni var að reikna upp úr stæðunni $4 - 2(4 - \frac{3}{2})$. Útkoman var rétt hjá 74% nemenda.

⁴Spurt er um fjölda anna í stærðfræði því spurning um fjölda áfanga eða einingafjölda í stærðfræði á ekki við hjá þeim sem hafa verið í bekkjaskólum.

KAFLI 5. ÁRANGUR

Verkefni númer 7 var að einangra x úr jöfnunni $y = \frac{4x}{x+1} + 1$. Þetta verkefni leystu 15% nemenda rétt.

Tíunda verkefnið var að finna jöfnu línu í gegnum tvo gefna punkta. Punktarnir eru með heiltöluhnit og stuðlarnir í jöfnu línunnar eru heiltölur. Þriðjungur nemenda leystu þetta verkefni rétt.

Þessi verkefni sem talin eru upp hér að ofan fjalla öll um atriði á 1. og 2. hæfniprepi í aðalnámskránni frá 2013.

Í tveimur verkefnum voru nemendur beðnir um að reikna afleiðu gefins fall. Annað þessara verkefna var að reikna afleiðu ræðs falls þar sem bæði teljari og nefnari voru fyrsta stigs margliður með heiltölustuðlum. Hér skiluðu 16% nemenda réttu svári.

Í þessari úttekt er fjallað sérstaklega um áfangann STÆ503. Tvö verkefni komu beint úr viðfangsefnum STÆ503 þ.e.a.s. að reikna heildin

$$\int_1^3 \sqrt{x} dx \quad \text{og} \quad \int x\sqrt{x^2+1} dx.$$

Verkefni af þessu tagi koma fyrir í lokaprófum áfangans STÆ503 (eða sambærilegu námi) í öllum skólunum sem taka þátt í þessari úttekt. Fyrra heildið reiknuðu 18% rétt en það seinna reiknuðu 11% rétt.

Gögnin voru greind með fervikagreiningu til að kanna hvaða þættir tengjast árangri og kom í ljós að marktækur munur er á árangri nemenda eftir skólum þó leiðrétt væri fyrir því hve langt er liðið frá því nemendur sátu síðast í stærðfræðinámskeiði og hversu margar annir þau sátu í stærðfræðinámskeiðum. Þótt verulegur og marktækur munur sé á frammistöðu nemenda úr mismunandi skólum er varasamt að álykta um gæði kennslu í skólunum út frá þessum gögnum einum og sér því fjölmargir þættir hafa áhrif á árangurinn af stærðfræðináminu. Munurinn á milli skóla er að mati skýrsluhöfunda samt svo mikill að að það þarf að leita skýringa og eðlilegt að þeir skólar sem koma lakar út athugi hvað þeir geti gert betur og hvort ekki sé hægt að læra eitthvað af þeim skólum sem koma betur út.

Séu skólarnir sem eru til umfjöllunar í þessari úttekt skoðaðir má sjá að mikill munur er á meðalárangri nemenda úr skólunum nú. Í töflu 5.1 má sjá meðalárangur fyrir árin 2011 til 2013, fjölda nemenda og hlutfall nemenda sem ekki hafa lokið sex önnum eða fleirum í stærðfræði í framhaldsskóla.

Sé taflan skoðuð má sjá að hæsti meðalárangur skóla er 6,82 en sá lægsti 2,31. Þar má einnig sjá að mikill munur er á fjölda nemenda sem koma úr skólunum nú og að ekki er einfalt samband á milli meðaleinkunnar og hlutfalls nemenda sem ekki hafa lokið sex önnum.

Leitað var frekari upplýsinga hjá HÍ og HR og rætt við Hilmar Braga Janusson sviðsforseta Verkfræði- og náttúrvísindasviði HÍ og Guðrúnu A. Sævarsdóttur deildarforseta Tækni- og verkfræðideildar HR. Í háskólum eru verkfræðinemar einn stærsti nemendahópurinn þar sem reynir verulega á undirbúning í stærðfræði. Bæði við HÍ og HR

Tafla 5.1: Meðalárangur, fjöldi og hlutfall nemenda sem ekki hefur lokið sex önnum í stærðfræði úr skólunum níu sem hér eru til umfjöllunar.

Skóli	Meðalárangur	Fjöldi	Hlutfall sem ekki hefur lokið a.m.k. sex önnum
1	6,82	217	0,01
2	5,49	74	0,07
3	3,77	60	0,22
4	3,62	18	0,22
5	2,88	66	0,21
6	2,87	12	0,08
7	2,87	85	0,05
8	2,80	23	0,22
9	2,31	44	0,30

má segja að meira en helmingur nýnema lendi í vandræðum. Bæði sögðu þau að ekki stæði til að minnka námskröfur í stærðfræði. Guðrún sagði að námskröfur í verkfræðinámi við HR væru sambærilegar við námskröfur í samanburðarskólum erlendis og Hilmar sagði að stærðfræði skæri úr um gæði námsins. Í báðum skólunum er í boði margþættur stuðningur við nemendur.

5.2. Umsagnir háskólakennara

Nokkrir háskólakennarar við HÍ og HR sem kenna stærðfræðitengdar greinar á 1. ári voru spurðir um undirbúning nemenda sinna. Kennararnir kenna nemendum í efnafræði, ferðamálafræði, jarðfræði, landfræði, lífefnafræði, lyfjafræði, matvælafræði, næringarfræði, tæknifræði, tölvunarfræði, verkfræði og viðskiptafræði. Kennararnir voru beðnir um að leggja mat á undirbúning nýnema í reikningi og talnameðferð, algebru, stærðfræðigreiningu, skilning á hugtökum og getu til að skilja stærðfræðilega röksemdarfærslu.

Kennararnir voru flestir sammála um að meginþorri nemenda þekki helstu reiknireglur og geti unnið með reiknivél. Hins vegar séu of margir nemendur sem geti ekki reiknað með almennum brotum og eigi í miklum erfileikum með grunnatriði, svo sem meðferð sviga og röð aðgerða. Nefnt var að hugtakið *graf falls* flæktist fyrir nemendum. Einn kennari nefndi að nemendur þekktu ekki mikið meira en samlagningu, frádrátt, margföldun og deilingu.

Talsvert er talið vanta upp á skilning á algebru og skilningur á deildun er takmarkaður þótt margir nemendur geti deildað einföld föll. Þá vafðist heildun fyrir mörgum og lítill skilningur virtist til staðar á grunnhugtökum eins og samleitni og deildanleika. Það á einnig við um stærðfræðilega röksemdarfærslu. Notkun stærðfræðilegra tákna var talin ómarkviss.

Í jákvæðustu umsögninni var sagt að öflugustu nemendurnir hafi sýnilega notið úrvaskenslu á þessum sviðum í framhaldsskóla.

Kennararnir voru að því spurðir hvaða atriði í undirbúningi þyrfti að bæta. Nefnt var að bæta þyrfti skilning og uppsetningu lausna. Meiri æfingu þyrfti í reikningi og jafnvel undirstöðuatriðum eins og að margfalda upp úr svigum og að margfalda saman brot.

Einnig var nefnt að það þyrfti að gera meiri kröfur á náttúrufræðibrautum og þar ætti hver einasti nemandi að hafa fengið markvissa þjálfun í að setja saman sannanir, það að láta nemendur læra sannanir utanað dugi ekki til. Þá var nefnt að almennt virðist ekki vera hægt að ganga út frá að nemandi með stúdentspróf sé fær um að koma frá sér texta eða lesa leiðbeiningar. Einn kennari hafði töluverðar áhyggjur af því að vegna þess hver slakur undirbúningur nemenda hans væri, hafi hann þurft að slaka á kröfum sem gerðar eru í námskeiðinu sem hann kennir.

Að lokum voru kennarar spurðir um viðhorf nemenda þeirra til stærðfræði. Sagt var að það væri oft ekki gott. Nemendur væru hræddir við stærðfræði og skorti sjálfstraust. Nefnt var að svo virtist sem búið væri að ala á því að stærðfræði sé leiðinleg og erfið. Þá var sagt að nemendum finnist erfitt að geta ekki leyst dæmin strax og séu ekki vön því að þurfa glíma í nokkurn tíma við vandamálið fyrst. Þó fannst sumum viðhorf nemenda sinna til stærðfræði að jafnaði gott.

5.3. Ályktanir og tillögur

- Niðurstöður könnunarprófsins og umsagnir háskólakennaranna benda sterklega til þess að stór hluti nemenda framhaldsskóla nái ekki þeirri leikni í talnareikningi og algebru sem ætlast er til, hvort sem miðað er við 2. hæfniprep í aðalnámsskránni frá 2011, eða markmið í einstaka áfangalýsingum og lokamarkmiðum námsbrauta í aðalnámsskránni frá 1999. Samkvæmt umsögnum háskólakennaranna vantar einnig mikið upp á að þorri nemenda nái þeim hæfnimarkmiðum sem sett eru varðandi skilning á hugtökum og röksemdafærslum og meðferð tungumáls stærðfræðinnar.
- Hvort sem litið er til HÍ eða HR þá lendir a.m.k. helmingur þeirra sem byrja í verkfræðinámi í vandræðum með stærðfræði. Skýrsluhöfundar hafa allir reynslu af kennslu nýnema við háskóla og það er samdóma álit þeirra að nemandi sem hefur náð þeirri leikni og hæfni sem lýst er á 2. hæfniprepi í aðalnámsskránni frá 2011 og um 70% af þeirri leikni og hæfni sem ætlast er til á 3. hæfniprepi ætti að ráða vel við þá stærðfræði sem kennd er í upphafi verkfræðináms eða náms í náttúruvísindum.
- Samkvæmt niðurstöðum í grein Önnu Helgu Jónsdóttur og félaga⁵, þá hefur niðurstaðan í könnunarprófinu mjög gott forspárgildi um árangur nemenda í

⁵Anna Helga Jónsdóttir, Freyja Hreinsdóttir, Guðrún Geirsdóttir, Rögvaldur G. Möller og Gunnar Stefánsson. (2013) Könnunarpróf nýnema í stærðfræði við Háskóla Íslands: Niðurstöður og forspárgildi. *Tímarit um menntarannsóknir*, 10, 11-23

stærðfræði í háskólanámi. Á grundvelli þessara niðurstaðna er ljóst er að stór hluti nemenda úr sumum framhaldsskólum sem hefur nám í verkfræði og náttúruvísindum hefur ófullnægjandi undirbúning.

- Nýnemar við HÍ standa sig misvel á könnunarprófinu eftir því úr hvaða framhaldsskóla þeir koma. Þetta bendir til þess að hjá þeim skólum sem koma lakar út séu miklir möguleikar til að bæta árangurinn.
- Að mati skýrsluhöfunda er mikilvægt að efla samráð á milli háskólastigsins og framhaldsskólanna. Gegnum slíkt samráð gætu háskólarnir fengið betri upplýsingar um stöðu nýnema og þannig tekið betur á móti þeim.

6. kafli

Niðurstöður og ábendingar

Fagrád. Við gerð skýrslunnar hafa komið í ljós mörg úrlausnarefni sem krefjast faglegrar þekkingar í stærðfræði sem og námi og kennslu í stærðfræði. Skýrsluhöfundar mæla með að ráðuneyti menntamála komi á fót *fagráði* í stærðfræði, sem hefði að ýmsu leyti svipað verksvið og starfsgreinaráð og fagrád sem fjallað er um í greinum 24-27 í lögum um framhaldsskóla. Fagráðið ætti að vera óháð hagsmunaaðilum og hafa það hlutverk að bæta stærðfræðikennslu. T.d. gætu setið í ráðinu 4-6 sérfræðingar á sviði menntamála, stærðfræðimenntunar og stærðfræði. Hlutverk fagráðsins gæti meðal annars verið að

- skipuleggja endurmenntun fyrir kennara,
- meta gæði námsbóka og kennsluefnis,
- stuðla að gerð kennsluefnis,
- stuðla að víðtæku samráði annars vegar milli framhaldsskóla og hins vegar milli skólastiga,
- hafa eftirlit með kennslu og árangri í stærðfræðinámi.

Samráð. Innan *Flatar - samtaka stærðfræðikennara* hefur verið gróskumikið starf á undanförunum árum. Má þar nefna árlega námsstefnu, ýmis fundahöld og útgáfu tímarits. Margir framhaldsskólakennarar eru í Fleti, en flestum viðmælenda ber þó saman um að samtökin þjóni einkum grunnskólastiginu. Stór hópur stærðfræðikennara í framhaldsskólum er í *Félagi raungreinakennara*, en í því félagi eru eins og nafnið bendir til kennarar í öðrum raungreinum svo sem eðlisfræði, efnafræði og jarðfræði. Ekki er sjáanlegt að félagið hafi verið virkt undanfarin ár. Mjög æskilegt væri að stærðfræðikennarar í framhaldsskólum hefðu góðan vettvang fyrir faglega umræðu annaðhvort innan nefndra félaga eða í sérstöku félagi.

Samstarf kennara innan hvers skóla, sem könnunin náði til, virðist vera gott. Faglegt samstarf og umræður innan skólanna sem og samráð milli kennara í ólíkum skólum þarf hins vegar að efla, t.d. með gagnkvæmum heimsóknum. Ennfremur kæmi til greina að skipuleggja ráðstefnur með reglulegu millibili fyrir framhaldsskólakennara í stærðfræði.

Samráð milli skólastiga er lítið. Nauðsynlegt er að stærðfræðikennarar framhaldsskólans hafi skýra mynd af stærðfræðikennslu í efri bekkjum grunnskólans sem og þeim kröfum sem gerðar eru í háskólanámi. Jafnframt væri æskilegt að háskólakennarar kynntu sér stærðfræðikennslu í framhaldsskólum. Ráðuneytið ætti að beita sér fyrir auknum samskiptum þessara hópa og hugsanlega er einhverju af því fé sem varið er til styrktar heimsóknnum kennara í erlenda skóla betur varið í samskipti innanlands.

Kennsluefni. Kennsluefni framhaldsskólanna er að mestu sjálfsprottið. Kennarar hafa að eigin frumkvæði ýmist samið efnið eða þýtt það úr erlendum tungum. Í ljósi þess að þeir hafa meira og minna unnið námsefnið í frítíma sínum og hlotið litla umbun fyrir, þá hefur tekist nokkuð vel til, en á heildina lítið er ástandið ekki gott. Kennslubókakosturinn er fremur rýr og sumar bókanna eru ekki vel úr garði gerðar. Jafnframt er ítarefni af skornum skammti eins og margir kennarar nefndu í viðtölum við skýrsluhöfunda.

Fagráðið gæti metið gæði kennslubóka og stuðlað að ritun nýrra. Einnig væri æskilegt að komið verði á fót ritstýrðum vef með kennsluefni, t.d. dæmasöfnum, myndskleiðum um atriði í stærðfræði og ítarefni um notkun tölva og upplýsingatækni. Þannig vef væri hægt að reka í samhengi við samskiptavef fyrir stærðfræðikennara, samanber það sem sagt var hér að framan um samskipti og samstarf kennara.

Skiptar skoðanir eru meðal kennara framhaldsskólanna á kennsluefni á ensku. Skýrsluhöfundar álíta að kennslubækur í stærðfræði á framhaldsskólastigi skuli almennt vera á íslensku, enda sé það í samræmi við íslenska málstefnu. Hins vegar er ekkert því til fyrirstöðu að nota ítarefni á ensku (eða öðrum tungumálum ef viðkomandi nemendur eru læsir á þau).

Markmiðssetning og eftirfylgni. Mikilvægt er að markmið stærðfræðikennslu í framhaldsskólum séu skýr og raunhæf, annars vegar af hálfu ráðuneytisins og hins vegar af hálfu skólanna. Núna er málum þannig háttað að skólarnir eiga að samræma námskrár sínar hæfniprepum, sem sett eru fram í aðalnámskránni frá 2011, en ráðuneytinu ber síðan að staðfesta þær eins og nánar er kveðið á um í greinum 22 og 23 í kafla V í lögum um framhaldsskóla (nr. 93, 12. júní 1998). Hæfniprepin bera vitni um mikinn metnað og séu þau tekin bókstaflega þá felast í þeim svo háleit markmiðin, að vandséð er að nokkur framhaldsskóli í landinu fái náð þeim. Er skólunum nokkur vorkunn að semja námskrár með tilliti til þeirra. Eftirlit með því að árangur stærðfræðikennslunnar sé í samræmi við sett markmið hefur hins vegar verið stopult. Reyndar er gerð þessarar skýrslu liður í slíku eftirliti, en það er engan veginn nóg að gera þannig úttekt á margra ára fresti. Sé annars vegar haft í huga hversu umfangsmikil kennslugrein stærðfræðin er á framhaldsskólastigi og hins vegar hversu marga framhaldsskóla vantar vel menntaða stærðfræðikennara þá er ljóst að stöðugt verður að fylgjast með námsmati skólanna. Slíkt eftirlit þyrfti að vera í höndum fagaðila sem starfaði í umboði ráðuneytisins, t.d. fagráðsins sem nefnt er hér að framan.

Skortur á eftirliti með stærðfræðikennslu í framhaldsskólum hefur dapurlegar afleiðingar. Ungt fólk hefur útskrifast úr framhaldsskóla með góðar einkunnir í stærðfræðiföngum, sem ættu með réttu að veita nægjanlegan undirbúning undir háskólanám í

tilteknum greinum, en þegar á hólminn er komið reynist svo ekki vera. Mörg dæmi eru þess að nemendur hafi af þessum sökum hrakist úr námi sem hugur þeirra stóð til.

Framhaldsskólar sem hafa ekki nægilega vel menntaða kennara í stærðfræði (og raungreinum) ættu ekki að bjóða upp á nám á náttúrufræðibraut. Sé það hins vegar í einhverjum tilfellum talið nauðsynlegt, þá er rétt að skipuleggja slíkt nám í samráði við skóla sem hefur öfluga náttúrufræðibraut og gæta samræmis í námsmati milli skólanna.

Menntun kennara. Vandinn við menntun kennara í stærðfræði í framhaldsskólum er tvíþættur. Annars vegar er skortur á kennurum með trausta grunnmenntun og hins vegar lítið framboð á endurmenntun fyrir starfandi kennara.

- GRUNNMENNTUN. Íslenska og stærðfræði eru umfangsmestu námsgreinar framhaldsskólans. Menntun kennara í íslensku virðist almennt vera fullnægjandi¹, en kennarar með litla menntun í stærðfræði kennir víða stærðfræði í framhaldsskólum.

Hingað til hefur reynst erfitt að fá nægilega vel menntaða stærðfræðikennara til starfa í framhaldsskólum. Á síðasta áratug útskrifuðust mun fleiri á ári hverju með BS-próf í stærðfræði frá Háskóla Íslands en áratugin á undan, enda hafði skólinn gert átak í þessum efnunum, og jafnframt útskrifaði Háskólinn í Reykjavík um nokkurra ára skeið fólk með BS-gráðu í stærðfræði. Aðeins lítið brot þessa fólks hefur hins vegar lagt fyrir sig stærðfræðikennslu í framhaldsskólum og virðist ástæðan vera sú að BS-gráðan býður upp á marga aðra kosti sem þykja fýsilegri, t.d. vegna launa.

Fyrir röskum tuttugu árum hélt Háskóli Íslands röð af námskeiðum í stærðfræði fyrir framhaldssólakennara sem vildu bæta menntun sína í stærðfræði. Kennararnir sátu námskeið á sumrin og stunduðu fjarnám á vetrum. Á þriðja tug kennara luku þessum námskeiðum og mæltust þau vel fyrir meðal þeirra. Jafnframt mynduðust aukin tengsl framhaldsskólanna við Háskóla Íslands. Góða þátttöku í námskeiðunum má þakka því að kennararnir hlutu umbun og aukin kennsluréttindi fyrir. Lagt er til að ráðuneytið standi á ný fyrir slíkum námskeiðum.

- ENDURMENNTUN. Í viðtölum höfðu kennarar orð á að endurmenntun þeirra væri illa sinnt þrátt fyrir ærna eftirspurn, sérstaklega þó í tölfræði og þeirri stærðfræði sem kennd er í efri áföngum náttúrufræðibrautar. Tryggja þarf nægt framboð endurmenntunar, t.d. stutt námskeið um afmörkuð efni og einnig röð námskeiða þar sem kennurum með litla grunnmenntun í stærðfræði gæfist kostur á að efla hana. Sérstakra aðgerða, t.d. tímabundinna breytinga á starfsskyldum, gæti verið þörf til að kennarar, sérstaklega þeir sem starfa utan suð-vestur hornsins, geti nýtt sér slík námskeið.

¹Sjá bls. 67 í Svanhildur Kr. Sverrisdóttir, Ragnheiður Margrét Guðmundsdóttir og Sigurlína Davíðsdóttir (2011). *Úttekt á íslenskukennslu í framhaldsskólum*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.

Kunnátta nemenda við upphaf náms í framhaldsskóla. Allstór hópur nýnema í framhaldsskólum hefur svo litla stærðfræðikunnáttu úr grunnskóla að hann ræður engan veginn við byrjunaráfanga í framhaldsskólastærðfræði. Eðlilegt væri því að fylgjast reglulega með kunnáttu grunnskólanema í stærðfræði og hjálpa þeim sem dregist hafa aftur úr. Niðurstöður úr nýlegri PISA-könnun bendir til að markvissra aðgerða sé þörf.

Grunnáfangar í stærðfræði. Mikilvægt er að byrjunaráfangar í stærðfræði framhaldsskólans verði teknir til rækilegrar skoðunar. Núverandi skipulag þeirra virðist að mestu miðast við nemendur sem ætla að læra töluvert í stærðfræði og hyggja jafnvel á stærðfræðitengt háskólanám. Á þeim námsbrautum þar sem líttar stærðfræði er krafist ættu byrjunaráfangarnir að vera með allt öðru sniði. Þar ætti að kenna stærðfræði sem fellur vel að lokamarkmiðum viðkomandi námsbrautar.

Tölfræðinám. Engar greinar stærðfræði eru samfléttaðar almennri umræðu í eins ríku mæli og tölfræði, og engin er misnotuð jafnherfilega. Af þeim sökum er traust þekking á undirstöðuatriðum tölfræði þýðingarmikill undirbúningur undir lífið. Að mati skýrsluhöfunda ætti tölfræði að vera hluti af öllum námsbrautum framhaldsskóla. Það er því áhyggjuefni, að þekking stærðfræðikennara í framhaldsskólum er einna minnst í tölfræði og kennslubókakostur í greininni er ófullnægjandi. Úr þessu þarf að bæta hið fyrsta, t.d. með því að skipuleggja sumarnámskeið í tölfræði fyrir kennara og hvetja þá til að taka þátt í þeim. Þá þarf að bæta úr skorti sem er á góðum kennslubókum í tölfræði.

Vinna nemenda með námi. Víða í framhaldsskólum er vinna nemenda með námi stórt vandamál. Einn kennarinn orðaði það svo að margir nemendur hefðu ekkert yndi af að læra vegna vinnuálags utan skólans og sumir þeirra hefðu ekki einu sinni tíma til að slæpast. Skýrsluhöfundar telja að taka þurfi á þessu með aukinni festu í skólastarfinu t.d. með því að veita treglega undanþágur frá mætingaskyldu og verkefnaskilum. Ekki getur talist æskilegt að nemendur séu að hökta í gegnum námið með annan fótinn í skólanum og útskrifast að lokum þaðan án mikillar kunnáttu.

Starf nemenda og kennara. Auka þarf virðingu fyrir starfinu í kennslustofunni. Í þessu felst meðal annars að nemendur séu mættir til starfa þegar kennslustund hefst, vinni einbeittir að þeim verkefnum sem liggja fyrir, en ráp og óþörf notkun fjarskipta-tækja í kennslustundum heyri sögunni til.

Breyttar áherslur. Kennsla í stærðfræði má ekki einskorðast við að ná að fara yfir lista tiltekinna efnisatriða eða staðlaðar reikniáðferðir, enda benda niðurstöður könnunarprófs og ummæli háskólakennara til að eftirtekjan sé ansi rýr. Í hæfniþrepunum í aðalnámskránni frá 2011 eru talin upp fjölmörg markmið varðandi skilning og hæfni til að beita stærðfræði. Þessi markmið eru kjarni stærðfræðináms í framhaldsskólum og þau verða að vera í öndvegi í námi og kennslu.