



ADALNÁMSKRÁ GRUNNSKÓLA

STÆRÐFRÆÐI

1999

Auglýsing um gildistöku aðalnámskrár grunnskóla

1. gr.

Með vísan til 29. og 30. gr. laga nr. 66/1995 um grunnskóla, með áorðnum breytingum, staðfestir menntamálaráðherra hér með að ný aðalnámskrá grunnskóla tekur gildi frá og með 1. júní 1999. Aðalnámskráin kemur til framkvæmda í skólum frá og með skólaárinu 1999-2000 eftir því sem við verður komið og nánar er kveðið á um í almennum hluta hennar og skal að fullu vera komin til framkvæmda eigi síðar en að þremur árum liðnum frá gildistöku. Jafnframt fellur aðalnámskrá grunnskóla frá 28. apríl 1989 úr gildi.

2. gr.

Aðalnámskrá grunnskóla er gefin út í tólf heftum og skiptist í almennan hluta aðalnámskrár og ellefu sérstaka greinahluta.

Í almennum hluta aðalnámskrár grunnskóla eru meðal annars tilgreindar kjarnagreinar, fjallað um uppeldishlutverk grunnskólans, meginstefnu í kennslu og kennsluskipan, meginmarkmið náms og kennslu og hlutfallslega skiptingu tíma milli námssviða og námsgreina. Almennur hluti aðalnámskrár grunnskóla er birtur sem fylgiskjal með auglýsingu þessari.

Í greinahlutum aðalnámskrár grunnskóla, sem gefnir eru út í ellefu heftum, er fjallað um markmið, inntak og skipulag náms á tilteknum námssviðum og bera heftin þessi heiti:

Íslenska
Stærðfræði
Erlend tungumál
Heimilisfræði
Íþróttir – líkams- og heilsurækt
Kristin fræði, siðfræði, trúarbragðafræði
Listgreinar
Lífsleikni
Náttúrufræði
Samfélagsgreinar
Upplýsinga- og tæknimennt.

Heftin eru útgefin á tímabilinu frá 1. mars 1999 til 31. maí 1999 af menntamálaráðuneytinu og dreift jafnóðum til sveitarstjórna.

Menntamálaráðuneytinu 24. febrúar 1999

Björn Bjarnason

Árni Gunnarsson

AÐALNÁMSKRÁ GRUNNSKÓLA

STÆRÐFRÆÐI

1999

Menntamálaráðuneytið

Menntamálaráðuneytið : námskrár 4

Mars 1999

Útgefandi: Menntamálaráðuneytið
Sölvhólgötu 4
150 Reykjavík
Sími: 560 9500
Bréfasími: 562 3068
Netfang: postur@mrn.stjr.is
Veffang: www.mrn.stjr.is

Hönnun og umbrot: XYZETA ehf.
Ljósmyndun: Kristján Maack
Myndskreytingar: XYZETA ehf.
Prentun: Gutenberg

© 1999 Menntamálaráðuneytið

ISBN 9979-882-12-3

EFNISYFIRLIT

Inngangur	5
Skipan náms	6
Markmiðasetning í námskrá	
Flokkun markmiða í aðferðir og inntak	
Flokkun og uppröðun námsefnis	
Nám og kennsla	9
Kennsluhættir	
Kennslugögn	
Leiðir til að mæta þörfum ólíkra nemenda	
Stærðfræði í daglegu lífi og samþætting við aðrar námsgreinar	
Stærðfræðin sem fræðigrein	
Námsmat	14
Meginsjónarmið	
Matsaðferðir	
Lokamarkmið	18
Stærðfræði í 1.-4. bekk	20
Inngangur	20
Áfangamarkmið við lok 4. bekkjar - Aðferðir	21
Stærðfræði og tungumál	
Lausnir verkefna og þrauta	
Röksamhengi og röksemdafærslur	
Tengsl við daglegt líf og önnur svið	
Áfangamarkmið við lok 4. bekkjar - Inntak	27
Tölur	
Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat	
Hlutföll og prósentur	
Mynstur og algebra	
Rúmfræði	
Tölfræði og líkindafræði	
Þrepamarkmið 1	35
Þrepamarkmið 2	40
Þrepamarkmið 3	45
Þrepamarkmið 4	50



Stærðfræði í 5.-7. bekk	56
Inngangur	56
Áfangamarkmið við lok 7. bekkjar - Aðferðir	57
Stærðfræði og tungumál	
Lausnir verkefna og þrauta	
Röksamhengi og röksemdafærslur	
Tengsl við daglegt líf og önnur svið	
Áfangamarkmið við lok 7. bekkjar - Inntak	64
Tölur	
Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat	
Hlutföll og prósentur	
Mynstur og algebra	
Rúmfræði	
Tölfræði og líkindafræði	
Þrepamarkmið 5	75
Þrepamarkmið 6	80
Þrepamarkmið 7	85
Stærðfræði í 8.-10. bekk	91
Inngangur	91
Áfangamarkmið við lok 10. bekkjar - Aðferðir	92
Stærðfræði og tungumál	
Lausnir verkefna og þrauta	
Röksamhengi og röksemdafærslur	
Tengsl við daglegt líf og önnur svið	
Áfangamarkmið við lok 10. bekkjar - Inntak	101
Tölur	
Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat	
Hlutföll og prósentur	
Mynstur og algebra	
Rúmfræði	
Tölfræði og líkindafræði	
Þrepamarkmið 8	115
Þrepamarkmið 9	121
Þrepamarkmið 10	128



INNANGANGUR

Þáttur stærðfræði í menningunni birtist annars vegar í þörf fólks hvarvetna í þjóðfélaginu fyrir að leysa þau verkefni sem upp koma og hins vegar í þörf mannsins fyrir vitsmunalega ögrun, að leita lausna og finna hið óþekkt. Við aldalanga iðkun hefur stærðfræðin orðið að alþjóðlegu tungumáli og verkfæri til að miðla upplýsingum og hugmyndum. Hlutverk hennar er að lýsa og skýra viðfangsefni, túlka gögn og segja fyrir um framvindu. Hún tengist náíð tilraunum manna til að skilja heiminn umhverfis sig en sýnir einnig mörg dæmi um frjálsa sköpunargáfu mannsins og hæfileika hans til að skapa nýjar hugmyndir. Stærðfræðin er formföst að því leyti að allar niðurstöður hennar eru staðfestar með röksemdafærslum en hún veitir jafnframt svigrúm fyrir hugkvæmni og sköpun.

Stærðfræði er svo samofin menningu og þjóðfélagsháttum að lágmarkskunnátta í henni er hverjum manni nauðsynleg til að takast á við daglegt líf og störf og skilja umheim sinn. Allir þurfa t.d. að skilja mál og vog og átta sig á fjármálum sínum. Aukin almenn tölvunotkun, t.d. notkun töflureikna, kallar á breytta stærðfræðiþekkingu fólks. Ekki er síður mikilvægt að geta tekið afstöðu og metið upplýsingar af tölulegum toga ætli fólk að verða virkir þátttakendur í þjóðfélaginu. Til þess þarf þekkingu og rökvisi en umfram allt nægilegt sjálfstraust til að beita henni.

Um notkun stærðfræði í starfi er það að segja að ekki nægir að miða kunnáttu í stærðfræði við brýnustu þarfir í starfsgreinum eins og þær gerast á hverjum tíma. Miða ætti æskilega kunnáttu við það sem getur nýst fólki í mörgum störfum. Líklegt er að mörg störf eigi eftir að taka breytingum og að margir eigi eftir að skipta um starf,

jafnvel oft á lífsleiðinni. Einnig er æskilegt að starfsmaður búi yfir kunnáttu sem gerir honum kleift að sýna frumkvæði í starfi. Slíkir starfsmenn hafa einnig tilhneigingu til að breyta starfinu og stuðla þannig að framförum í þjóðfélaginu.

Stærðfræðin hefur ævinlega haldist í hendur við náttúruvísindin og verið undirstaða framfara í tækni, s.s. verkfræði og hönnun mannvirkja og tækja. Hún er einnig undirstaða margra greina hugvísinda, s.s. hagfræði, og gagnleg stöðgrein félagsvísinda og málfræði. Hún hefur komið við sögu lista, bæði tónlistar, byggingarlistar og myndlistar. Þeir sem ætla að starfa við vísindi þar sem stærðfræði er nýtt og miðla þeim eða hagnýta þau í sérhæfðum störfum verða að fá tækifæri til að kynna stærðfræðinni á unga aldri og fá góðan tíma til að tileinka sér þá kunnáttu og færni sem þarf til að ná valdi á henni. Traust undirstaða í stærðfræði í grunnskóla er ómetanlegur grundvöllur undir allt nám tengt náttúru- og raunvísindum á síðari stigum.

Skipan náms

Markmiðasetning í námskrá

Markmið í aðalnámskrá fyrir grunnskóla eru sett fram í þremur flokkum, lokamarkmið, áfangamarkmið og þrepamarkmið. Eðli lokamarkmiða er að gefa heildarmynd af því sem stefnt er að í kennslunni á grunnskólastigi. Þau skýra almennan tilgang náms og lýsa því sem skólar eiga að stefna að og því sem nemendur eiga að hafa tileinkað sér að loknu skyldunámi. Áfangamarkmiðum er deilt niður á þrjú stig, 1.–4. bekk, 5.–7. bekk og 8.–10. bekk. Þau eru meginviðmið í öllu skólastarfi. Þrepamarkmiðin eru sett fram sem safn markmiða eða viðfangsefna til að ná settum áfangamarkmiðum og eiga að mynda stígangi í náminu, allt frá upphafi grunnskóla til loka. Þrepamarkmiðin eru sett til viðmiðunar fyrir skólanámskrágerð einstakra skóla. Nánar er fjallað um markmiðasetningu í almennum hluta námskrár.

Flokkun markmiða í aðferðir og inntak

Markmið í stærðfræði í aðalnámskrá skiptast í tvennt, markmið varðandi aðferðir og markmið sem snerta inntak. Lögð er áhersla á að gera þessu tvennu jafnhátt undir höfði og að nemendur skynji hvort tveggja sem virkan þátt í stærðfræðinámi.

Fyrstu fjórir flokkar markmiða í stærðfræði fjalla um aðferðir. Þar er lögð áhersla á

- þátt tungumálsins
- lausnir verkefna og þrauta
- röksamhengi og röksemdafærslur
- tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf og önnur svið

Lögð er áhersla á að hægt sé að þjálfaleikni í að takast á við viðfangsefni þar sem lausnir liggja ekki í augum uppi. Sú leikni er samofin öðrum þáttum. Leit að lausnum krefst bæði hugkvæmni og rökvísni og færni í notkun tungumálsins eykur rökvísni. Saman við þessa þætti fléttast samvinna nemenda og tjáskipti þeirra á milli.

Þjálfun tungumálsins er mikilvægur þáttur í að efla stærðfræðilega hugsun. Læsi á texta og myndræna framsetningu, nákvæm notkun tungumáls og tákna máls og hæfni til munnlegrar og skriflegrar tjáningar og tjáskipta við aðra stuðlar allt að dýpri skilningi á stærðfræðilegum hugtökum og aðferðum.

Þá ber að hafa í huga að yfirfærsla stærðfræðinámsins gerist ekki af sjálfu sér. Nemendur þurfa að fá æfingu í að setja kunnáttu sína í samband við kunnuglega hluti og hugtök og beita henni við margvísleg verkefni daglegs lífs og annarra sviða.

Inntak stærðfræðináms á grunnskólastigi er í sex flokkum í aðalnámskrá:

- Tölur
- Reikningur, reikniaðferðir og mat
- Hlutföll og prósentur
- Mynstur og algebra
- Rúmfræði
- Tölfræði og líkindafræði

Þótt námsefnið sé aðgreint á þennan hátt í tíu flokka aðferða og inntaks er mikilvægt að flétta inntak og aðferðir saman þannig að nemendur skynji námsefnið sem samstæða heild og það laði fram jákvæð viðhorf þeirra. Nemendur ættu að skynja nám í stærðfræði sem ferli og skapandi athöfn fremur en söfnun afmarkaðrar kunnáttu og þekkingar. Einstök tækniatriði, s.s. mælingar, útreikningar, gerð myndrita o.s.frv., eru tæki til að koma hugmyndum til skila og þjálfun í þeim fær aðeins gildi ef þau eru þáttur í einhverju sem hefur merkingu og tilgang.

Skilningur og kunnáttu þarf að haldast í hendur. Skilningur á hugtaki felst m.a. í að setja það í sem víðtækast samhengi við alla aðra tiltæka kunnáttu. Skilningur vex eftir því sem tengsl hugtaks við fleiri og fleiri hluti verða ljósari. Því verður ætíð að gera ráð fyrir að nemendur kynnist fleiri þáttum í stærðfræði en búast má við að þeir nái fullu valdi á. Reiknivélar og tölvur ættu að vera nærtæk hjálpartæki til að létta vinnu en þó fyrst og fremst til að auka skilning á og varpa ljósi á hugtök og aðferðir stærðfræðinnar.

Flokkun og uppröðun námsefnis

Gert er ráð fyrir að námsefni í stærðfræði í grunnskóla skiptist í meginatriðum í kjarnaefni og ítarefni. Nemendur í hverjum bekk fari nokkurn veginn samstiga í gegnum kjarnaefnið en fái á hverjum tíma ólíkt ítarefni. Kjarnaefnið á að halda hópnum saman. Þá gefst tækifæri til að

hafa almennar umræður um efnið, sýna kvikmyndir, myndbönd, tölvuforrit eða hvað eina sem gæti varpað ljósi á námsefnið. Líta má á flokkun og uppröðun efnisins eins og tré þar sem kjarnaefnið er ígildi stofnsins sem allt annað kvíslast út frá og ítarefnið er þá ígildi greina trésins. Auk þess að fara gegnum kjarnaefnið eiga nemendur að fá að fara út eftir greinum þess samkvæmt eigin vali eða yfirveguðu mati kennarans hverju sinni. Lögð er áhersla á að allir nemendur fái ítarefni við sitt hæfi, viðfangsefni sem hjálpa þeim að dýpka skilning sinn og víkka sjónarhorn sitt á eðli og gildi stærðfræðinnar.

Í aðalnámskrá í stærðfræði eru stundum gefin dæmi um viðfangsefni á ólíkum stigum námsins. Hlutverk sumra þeirra er að sýna þyngdarstig og gefa sýnishorn af því hvernig verkefni séu líkleg til að laða fram röksemdafærslur við hæfi nemandans á viðkomandi námsstigi. Flestir námsþættir stærðfræðinnar birtast aftur og aftur á námsferlinum en þyngjast eftir því sem lengra dregur í náminu. Önnur dæmi gefa sýnishorn af ítarefni til að mæta þeim hugmyndum að námsefninu verði skipt í kjarnaefni sem allir nemendur eiga að tileinka sér og ítarefni sem unnt er að sniða að þörfum hvers og eins. Valin hafa verið verkefni sem gætu stuðlað að því að nemandinn sæi viðfangsefnin í nýju ljósi og gætu dýpkað og aukið skilning hans. Mörg þeirra falla undir lausnir verkefna og þrauta og gætu hentað sem athugunarverkefni fyrir einstaklinga eða litla hópa.

Nám og kennsla

Kennsla og nám í stærðfræði er fléttað úr mörgum þáttum. Mikilvægt er að nemendur geti lesið stærðfræðitexta við sitt hæfi og tjáð sig á skiljanlegu máli við aðra um aðferðir sínar og lausnir á stærðfræðiverkefnum, bæði í töluðu máli og rituðu. Skilningur nemenda á stærðfræðilegum hugtökum og aðferðum eflist við það að lesa, tjá sig og skiptast á skoðunum við aðra. Gott vald nemenda á

reiknitækjum, s.s. tölvum og reiknivélum, hjálpar þeim einnig að dýpka skilning sinn og kynnast fjölbreyttari viðfangsefnum stærðfræðinnar. Kennsla í stærðfræði þarf að efla rökfasta hugsun en hún þarf einnig að efla hugkvæmni. Hún þarf að laða fram gagnrýna og greinandi hugsun hjá nemandanum en einnig sjálfstraust, forvitni og löngun til að rannsaka og leita lausna á hinu óþekkta. Stærðfræðikennsla í skólum á að endurspeglar hinar fjölbreyttu ásýndir stærðfræðinnar. Hún er vísindi, list, tjáningarmiðill og tæki til að takast á við erfið úrlausnar-efni og hlutverk skólans er að sjá til þess að nemendur kynnist sem flestum hliðum hennar.

Með kennslu í stærðfræði í skólum er stefnt að því að nemendur

- öðlist næga kunnáttu til að takast á við stærðfræðileg verkefni sem upp koma í daglegu lífi og geti notað stærðfræði við margs konar störf í þjóðfélaginu
- öðlist nægilega kunnáttu til að þeir geti stundað framhaldsnám í ýmsum greinum
- kynnist stærðfræði sem hluta af menningararfi og almennri menntun

Til að svo geti orðið þurfa nemendur að

- ná tökum á rökfastri og gagnrýninni hugsun
- ná valdi á táknmáli stærðfræðinnar sem viðbót við venjulegt tungumál
- kynnast reiknitækjum sem hjálpartækjum við lausn stærðfræðilegra verkefna
- geta tjáð sig um aðferðir sínar og lausnir í töluðu máli og rituðu og vera læsir á texta sem felur í sér stærðfræðileg tákni og hugtök
- læra að takast á við margvísleg verkefni og þrautir og finna lausnir á þeim
- öðlast jákvætt viðhorf til stærðfræðinnar og kynnast skemmtigildi hennar

Kennsluhættir

Gera skal ráð fyrir fjölbreyttum kennsluháttum. Hluti kennslunnar fer fram sameiginlega í bekknum með **innlögn og samantekt**. Innlögn ætti að fara fram í stuttum lotum. Nemendur ættu jafnframt að fá nægan tíma til úrvinnslu, vinna með hugtökin við lausn verkefna, einir og með öðrum, og kynnast þeim frá ýmsum sjónarhornum. Þegar unnið er með ný hugtök ætti nemandinn að fá tækifæri til að beita þeim í glímu við verkefni sem hann getur sókkt sér niður í. Gæta þarf þess að gefa nægilegt svigrúm fyrir samantekt og sameiginlegar umræður þar sem saman koma hugmyndir frá einstaklingum og smærri hópum. Þar fær kennarinn tækifæri til að draga fram fjölbreytileg sjónarmið og beina athygli nemenda að mikilvægum hugtökum og röksemdum.

Jafnframt skal gera ráð fyrir að verulegur hluti námsins fari fram í **samvinnu** nemenda í litlum hópum. Þeir vinni saman að athugunum, rannsóknum og mælingum til að afla upplýsinga og vinna úr. Þeir læri að skipta með sér verkum, miðla eigin hugmyndum, vinna með hugmyndir annarra, kveikja þær hjá öðrum og faga sameiginlegar hugmyndir.

Að flétta námið inn í **leik** er gagnleg kennsluáferð í stærðfræði. Röksemdafærslur má þjálfa með leikjum þar sem beita þarf rökhugsun. Skilning á líkindahugtakinu má einnig efla með leikjum þar sem beita þarf þekkingu á líkum. Enn fremur er nám með hjálp leiks líklegt til að skapa jákvæð viðhorf til stærðfræðinnar.

Áhersla sé lögð á **hugarreikning** og tækni við hann og hugarreikningur sé nýttur til að þjálfa leikni í námundun.

Kennslugögn

Nemendur fái í ríkum mæli að iðka **hlutbundna vinnu** til að styrkja myndun hugtaka. Þeir vinni með hversdagslega

hluti, peninga, teninga, kúlur, talnagrindur, sætis-gildiskubba, mælitæki, s.s. málbönd, hitamæla og vogir, rúmfræðilikön o.s.frv. Nemendur ættu líka að temja sér að gera skýringarmyndir og skipulega minnisþunkta til að gera sér stærðfræðileg hugtök skiljanlegri. Þegar náminu vindur fram þurfa nemendur að losna smám saman frá hlutbundnu vinnunni, þó þannig að gripið sé til hluta og mynda ef með þarf til að skýra ný hugtök og hugmyndir eða til upprifjunar.

Leggja ætti áherslu á **myndræna framsetningu** með því að nota teikningar, myndbönd, grafískar reiknivélar og tölvuforrit til að skýra stærðfræðileg hugtök og auðvelda nemendum að tjá sig á myndrænan hátt.

Tölvur og reiknivélar verði virk hjálpartæki í kennslunni. Nota má tilbúin forrit til að varpa nýju ljósi á og þróa nýjar leiðir að stærðfræðilegu innihaldi. Huga verður að því að námsefninu sé þannig hagað að nemendum sé ávinningur í að nota reiknivélar og tilbúinn hugbúnað til að auka skilning og fjölbreytni. Tæknin sparar nemendum tíma, auðveldar þeim vinnuna og gefur kost á meiri nákvæmni en ella. Þá þarf einnig að gæta þess að lögð sé rækt við leikni í algebruaðgerðum og getu til að meta og áætla og tæknibúnaðurinn sé nýttur til að styrkja kenningu í þeim þáttum. Notuð séu tæki sem stýra má með runu af fyrirmælum eða skipunum, þ.e. einföld **forritanleg tæki**, leikföng og tölvuforrit þar sem nemendur geta fylgst með afleiðingum fyrirmæla sinna á myndrænan hátt.

Leiðir til að mæta mismunandi þörfum ólíkra nemenda

Hið almenna námsefni, sem lýst er í áfangamarkmiðum 4., 7. og 10. bekkjar, getur boðið upp á fjölbreytta útfærslu. Eðlilegt er að allir kynnist grunnhugtökum og aðferðum en síðan fylgi úrvinnsla sem að hluta til er sam-eiginleg en má samt laga að ólíkum hópum.

Helstu leiðir til að mæta þörfum ólíkra nemenda eru að velja viðfangsefni sem

- hægt er að glíma við á mismunandi getustigum
- eru krefjandi án þess að ofbjóða
- allir nemendur bekkjarins geta fengist við út frá sínum forsendum

Lausnaleitar- og athugunarverkefni er hægt að laga að hverjum og einum þannig að allir geti lagt eitthvað af mörkum. Allir geta t.d. tekið þátt í umræðum um hvað þarf að gera eða hvernig á að kynna verkefnið. Þegar kemur að vinnslunni má brjóta verkefnið niður í smærri þætti sem eru miserfiðir og hægt að úthluta eftir getu. Nemendur, sem eiga hægara með stærðfræði, eru hvattir til að reyna að draga fram almennar reglur á meðan aðrir fást við einstök tilvik.

Þegar æfð eru **þekkingaratriði** eins og hugtök og aðferðir geta verkefni úr daglegu lífi, hermileikir ýmiss konar og notkun tölva og vasareikna verið gagnleg hjálp til að auka innsýn og skilning á tilgangi þess sem verið er að æfa auk þess að stuðla að jákvæðum viðhorfum til námsins.

Ánægja af því að iðka stærðfræði ætti ekki að vera bundin við þá eingöngu sem eiga auðvelt með nám. Hægt er að örva alla til að finna til gleði yfir stærðfræðilegum viðfangsefnum. Leikir, gátur, þrautir, byggingarleikir, tölvuhugbúnaður og reiknivélar geta verið uppsprettur spennandi og ögrandi viðfangsefna.

Stærðfræði í daglegu lífi og samþætting við aðrar námsgreinar

Leggja þarf alúð við að finna verkefni úr daglegu lífi, öðrum námsgreinum á sviði raunvísinda og hugvísinda, myndlist, tónlist og byggingarlist, innlendu og alþjóðlegu samfélagi, náttúru og umhverfi. Þessi verkefni ættu að vera fræðandi um viðkomandi svið og verða jafnframt til þess að varpa ljósi á hlutverk stærðfræðinnar við að skýra

og stuðla að lausn margvíslegra vandamála. Verkefni ættu ekki eingöngu að tengja stærðfræðina við þann veruleika sem nemendur búa við heldur einnig að víkka sjóndeildarhring þeirra. Fordást verður eindregið að efni sé haft til nokkurs konar uppfyllingar en verði á hinn bóginn eðlilegur og fræðandi hluti námsefnisins.

Stærðfræðin sem fræðigrein

Texti í kennslubókum og öðrum námsgögnum þarf að veita sýn á eðli stærðfræðinnar, sögu hennar, margþætt menningartengsl og tilvist hennar sem lifandi og vaxandi fræðigreinar. Eðlisþættir stærðfræðinnar: að veita vitsmunalega ögrun og að leysa viðfangsefni samfélagsins eiga að koma skýrt fram í efninu. Það er ekki of snemmt fyrir nemendur á unglíngastigi að kynna hlutverki stærðfræðinnar, hvað það er að vera stærðfræðingur eða fást við stærðfræði. Þessa hluti þarf að reyna að skýra með því að draga fram dæmi um viðfangsefni nútíma-stærðfræðinga. Slíkt efni er hægt að setja fram sem fróðleikspistla þar sem gefin er innsýn í viðfangsefni án þess að nauðsynlegt sé að tengja það við daglegar æfingar nemenda eða verkefni. Efni af því tagi getur einnig stuðlað að því að skapa tengsl milli þess sem virðast vera óskyld efni innan stærðfræðinnar. Námsefnið má ekki vera eins konar safn þátta sem eru lauslega tengdir án heildarsýnar.

Námsmat

Námsmat í stærðfræði skal byggt á þeim kröfum sem gerðar eru í markmiðum aðalnámskrárinnar í stærðfræði, sér í lagi í áfangamarkmiðum við lok 4., 7. og 10. bekkjar. Markmiðin greinast í tvennt, um aðferðir og inn-tak auk þess sem eitt af stefnumiðum kennslunnar er að nemandinn öðlist jákvætt viðhorf til stærðfræði. Tilgangur matsins er að fylgjast með hversu vel nemandanum gengur að ná þessum markmiðum. Hér á eftir verður gerð grein fyrir meginsjónarmiðum sem hafa ber

í huga við námsmat í stærðfræði, helstu matsaðferðum og hvernig þær hæfa ólíkum markmiðum.

Meginsjónarmið

Nemandinn njóti sín sem best. Áhersla sé lögð á að fram komi hvað hann getur, síður hvað hann getur ekki. Matsverkefnum þarf að reyna að haga þannig að fram komi hvað fyrir nemendum vakir með svörum þeirra.

Nemendum séu ljósar forsendur mats. Skilgreina þarf námsmarkmið og vægi námsþátta í upphafi námstímabils svo að nemendum sé vel ljóst að hverju beri að stefna, hvað eigi að mæla og hvernig verði metið.

Fjölbreytni sé í vali efnisþátta. Gæta þarf þess að prófa úr sem flestum efnisþáttum sem til meðferðar eru hverju sinni. Sérstaklega þarf að gæta að því að einstakir efnisþættir fái ekki óeðlilega mikið vægi eða séu margmetnir.

Verkefni höfði til sem flestra matsþátta. Matsverkefni þurfa að vera nægilega fjölbreytt til að prófa sem flesta þætti í hæfni nemandans, s.s. kunnáttu, færni, skilning, getu til að greina og tengja ólíka þætti, frumleika, frumkvæði, vinnubrögð og þrautseigju.

Námsmat taki til allra markmiða. Jafnframt því að prófa þekkingu í inntaksþáttum þarf að taka aðferðaþætti til mats: tjáningarhæfni nemandans um stærðfræðileg efni, meðferð tungumáls og táknmáls, hæfni til að leysa verkefni og þrautir, vald hans á röksemdafærslu og getu til að yfirfæra stærðfræði á önnur svið.

Stærðfræði sé sem mest prófuð í eðlilegu samhengi, síður sem sundurlaus þekkingaratriði. Eigi nemandinn við lestrarörðugleika að stríða mætti leggja verkefnin munnlega fyrir hann.

Fjölbreytni í formi. Form verkefna þarf að vera fjölbreytt og í samræmi við kennslutilhögun. Þannig séu metin munnleg verkefni, verkleg og skrifleg, stuttar afmarkaðar æfingar og dýpri athuganir, einstaklingsverkefni og hópverkefni, verkefni sem unnin eru á afmörkuðum tíma og óafmörkuðum. Mappa eða vinnubók, þar sem nemandi

safnar saman verkefnum og úrlausnum, getur hentað vel til að fá yfirsýn yfir það hversu vel nemandinn hefur unnið.

Matsaðferðir

Hér að framan hafa verið talin mismunandi matsform sem beita má til að meta hversu vel hinum ólíku markmiðum hefur verið náð. Enn fremur getur skipulagt mat nemanda á eigin verkefnum og félaga sinna stuðlað að dýpri skilningi hans á þeim markmiðum sem hann er að leitast við að ná og getur auk þess haft í för með sér raunsætt sjálfsmat.

Hinum mismunandi námsmarkmiðum, sem sett eru fram í námskránni, hæfa ólík matsform og aðferðir:

Aðferðir stærðfræðinnar – Meðferð tungumáls, lausnir verkefna og þrauta, röksemdafærslur og tengsl við daglegt líf og önnur svið. Viðfangsefni af þessu tagi felast gjarnan í fremur viðamiklum verkefnum. Verkefnin gætu verið ritgerðir, stuttir fyrirlestrar eða kynningar, greinargerðir, skýrslur og þvíumlíkt. Þau þarf að meta á eigin forsendum og gefa eðlilegt vægi í heildarmati. Heppilegt gæti verið að safna slíkum verkefnum í möppu ef við á, ásamt úrvali úrlausna á daglegum verkefnum. Þannig mætti nota innihald safnmöppunnar sem grundvöll að mati. Röksemdafærslur má einnig laða fram með viðtölum þar sem markvissum spurningum er beitt.

Inntak/efnisþættir — Verkefni og próf með tilliti til mismunandi námsþátta, s.s. þekkingar á hugtökum og aðferðum, skilnings, þess hvernig þekkingu er beitt o.s.frv. Verkefnin geta t.d. verið munnleg eða skrifleg, miðuð við afmarkaðan eða óafmarkaðan tíma, unnin í skóla eða í formi prófs sem nemandinn leysir heima.

Viðhorf — Má kanna með viðtölum og/eða spurningalistum um viðhorf bæði til einstakra efnisþátta, vinnuaðferða og til námsins í heild. Enn fremur getur skipuleg athugun með gátlistum gefið vísbendingu um viðhorf nemenda og

framfarir. Mappa, þar sem nemandi safnar bestu verkefnum sínum, gæti stuðlað að jákvæðu sjálfsmati, auknu sjálfstrausti og verið vitnisburður um viðhorf nemandans.

Hér á eftir fer listi með sýnishornum af því hvaða aðferðir við námsmat í stærðfræði gætu hentað í mismunandi tilgangi.

Tilgangur	Til upplýsinga fyrir	Aðferðir
Greina vanda einstakra nemenda	Kennara, foreldra, nemanda	Stutt könnunarpróf, athugun með gátlista, munnlegar spurningar
Veita upplýsingar um árangur kennslu	Kennara, skóla, nemanda	Heimaverkefni, heimtökupróf, stuttar æfingar og yfirlitspróf með stiggreindum verkefnum, skriflegar og munnlegar greinargerðir, hópverkefni
Meta stöðu miðað við næsta námsstig	Kennara, nemanda, foreldra, skóla	Stöðluð próf, ritgerðir, athugunarverkefni, munnlegar kynningar (fyrirlestrar) og munnleg próf
Prófa námsefni eða kennsluhætti	Kennara, skóla, yfirvöld	Viðtöl við nemendur, stöðluð próf, athugun á áframhaldandi gengi nemenda

Lokamarkmið

Lokamarkmið stærðfræðináms á grunnskólastigi eru þau að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- geti lesið og skrifað tölur, töluleg gögn og stærðfræðilegan texta
- nái að tengja saman stærðfræðileg hugtök og myndrænt efni
- geti tjáð sig skilmerkilega um stærðfræðileg efni og skipst á skoðunum um þau við aðra

Lausnir verkefna og þrauta

- geri sér grein fyrir að unnt er að takast á við verkefni þar sem lausnaraðferðir eru ekki augljósar
- hafi kynnst skipulegum aðferðum við leit að lausnum
- hafi öðlast færni til að takast á við stærðfræðileg verkefni og þrautir

Rökshengi og röksemdafærslur

- geri sér grein fyrir mikilvægi röksemdafærslna í stærðfræði og geti beitt einföldum röksemdafærslum
- geri sér góða grein fyrir orðanotkun í einfaldri rökfræði
- átti sig á notkun reikniritra til að leysa verkefni

Tengsl stærðfræði við daglegt líf og önnur svið

- geri sér grein fyrir hvernig beita má stærðfræði í daglegu lífi og á öðrum sviðum og átti sig á hvaða aðferðir henta best hverju sinni
- skilji hvernig stærðfræði er undirstaða mælinga í tíma og rúmi
- geri sér nokkra grein fyrir sögu stærðfræðinnar

Tölur

- kunni góð skil á náttúrlegum, heilum og ræðum tölum og hafi kynnst rauntölum
- hafi kynnst nokkrum hugtökum talnafræði og lært að nýta þau
- hafi góða þekkingu á tugakerfinu

Reikniaðferðir, reiknikunnátta og mat

- hafi náð góðri færni í reikningi og kunni að nota reiknivélar

Lokamarkmið stærðfræðináms á grunnskólastigi eru þau að nemandi

- sé sæmilega vel að sér í hugarreikningi og námundunarreikningi og hafi tamið sér að leggja mat á útreikninga
 - sé fær um að velja reikniaðgerðir og mismunandi aðferðir til að reikna
- Hlutföll og prósentur**
- kunni skil á hlutföllum milli stærða og geti notað þau við útreikninga á hagnýtum dæmum
 - kunni skil á prósentuhugtakinu og sé fær í prósentureikningi
- Mynstur og algebra**
- geti notað mynstur til að draga fram almenna reglu
 - átti sig á einfaldri notkun bókstafa í stærðfræði
 - geri sér grein fyrir undirstöðureglum algebru og kunni að fara með táknaðsamstæður
- Rúmfræði**
- kunni skil á algengum hugtökum og undirstöðusetningum sígildrar rúmfræði
 - kunni skil á hugtökum og aðferðum við mælingu flatar- og rúmmynda
 - þekki undirstöðuhugtök hnitarúmfræði og geti notað þau
 - kannist við nokkrar tegundir af rúmfræðilegum færslum og kunni að notfæra sér þær
- Tölfræði og líkindafræði**
- þekki algengar aðferðir til að setja fram töluleg gögn
 - kunni skil á líkindahugtakinu



STÆRÐFRÆÐI Í 1.-4. BEKK

Inngangur

Stærðfræðinám hjá hverjum einstaklingi er samfelld ferli. Þekking og skilningur á hugtökum, táknum og lögmálum þróast á löngum tíma og fyrir margvíslega reynslu. Sömu hugtökin og lögmálin birtast aftur og aftur á skólagöngunni en í sífellt breyttri mynd frá hlutbundinni framsetningu til óhlutbundinnar. Hugtökum fjölgar eftir því sem skólagöngunni vindur fram og þau verða flóknari en eru samt skyld fyrri hugtökum og tengjast fyrri reynslu. Fyrsta stærðfræðireynsla barna er einkum tengd við atburði úr veruleika daglegs lífs, leiki, spil og önnur áhugamál. Á forskólaaldri hafa börn ánægju af að flokka og raða hlutum eftir eiginleikum, leika sér með tölur og byggja úr hlutum með mismunandi lögun. Flest börn eru þegar farin að tileinka sér einföldustu atriði úr talnakerfinu og sum hafa náð valdi á háum tölum og allflóknum aðgerðum áður en þau hefja skyldunám.

Kennsla á yngsta stigi byggist á reynslu og þekkingu barnanna þegar þau hefja skólagöngu. Með tímanum þróast vinna þeirra og leikur þannig að þeim verður tamt að styðjast við stærðfræðileg hugtök. Stuðla ber að slíkri þróun með því að þjálfa börnin í ýmiss konar talnavinnu, flokkun, röðun og lýsingu á eiginleikum hluta og umræðum um þá. Mikilvægt er að tengja verkefnin kunnuglegu umhverfi og nota áþreifanlega hluti eða myndræn hjálpartæki. Nemendur geta oft unnið með háar tölur og flókin hugtök ef þeir þekkja vel til þeirra eða geta stuðst við hjálpartæki.

Við upphaf skólagöngu er viðhorf nemenda til stærðfræði yfirleitt jákvætt. Hlutverk skólans er að viðhalda því og styrkja það. Nemendur ættu að kynnst gildi stærðfræðinnar í viðskiptum daglegs lífs og tækni sem

breytt hefur lífsskilyrðum manna. Ekki er þó síður mikilvægt að leggja áherslu á skemmtigildi greinarinnar. Velja skyldi viðfangsefni sem eru á einhvern hátt heillandi og hæfilega ögrandi. Fjölbreyttir kennsluhættir og mismunandi nálgun við lausn viðfangsefna er líkleg til að viðhalda áhuga. Hafa ber í huga að nemendur eru ólíkir og að lítil börn sjá hlutina öðrum augum en fullorðnir. Því þurfa börnin að fá að leita eigin leiða til lausna í samráði við aðra nemendur, kennara sinn og heimilisfólk.

Áfangamarkmið við lok 4. bekkjar - Aðferðir **Stærðfræði og tungumál**

Nemendur þurfa að fá tækifæri til að skýra hugsun sína um stærðfræðileg viðfangsefni með því að ræða við aðra, bæði kennara og aðra nemendur, um viðfangsefni sín og lausnarleiðir og læra þannig að nota tungumál stærðfræðinnar. Þeir þurfa að læra að gera grein fyrir niðurstöðum sínum munnlega og skriflega og með áþreifanlegum hlutum, skýringarmyndum og myndritum, hugsanlega með aðstoð reiknivéla og tölva. Leggja verður áherslu á að flétta saman mismunandi tjáningarform og þá sérstaklega að flétta táknmál stærðfræðinnar inn í texta. Enn fremur þurfa nemendur að þjálfast í að hlusta á aðra, taka þátt í umræðum og túlka upplýsingar frá öðrum.



Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

geta lesið og skrifað tölur, einföld töluleg gögn og stærðfræðilegan texta, nánar tiltekið

- geta lesið og skrifað náttúrlegar tölur allt að 10.000
- geta lesið, notað og skrifað einföld almenn brot
- geta lesið og skrifað tugabrot með einum eða tveimur aukastöfum
- þekkja algeng stærðfræðihugtök og tákni fyrir þau, s.s. meira en, minna en, jafnt og, samlagningu, frádrátt og margföldun og geta lesið og skrifað texta þar sem þau koma fyrir
- geta lesið úr einföldum töflum og súluritum og sett eigin gögn (t.d. niðurstöður athugana á umhverfi eða í sambandi við aðrar námsgreinar) upp í töflur og túlkað þau með skýringarmyndum og súluritum
- geta lesið með skilningi allan stærðfræðitexta í námsefni sínu

geta gert sig skiljanlegan og tekið þátt í umræðum um stærðfræðileg efni, nánar tiltekið

- geta rætt við kennara og aðra, t.d. heimilisfólk sitt, um stærðfræðileg efni í því skyni að öðlast betri skilning, til dæmis með því að spyrja kennara spurninga
- geta nýtt sér stærðfræðileg hugtök og aðferðir við lausn verkefna í samvinnu við skólasystkin sín
- geta útskýrt munnlega eigin lausnir á verkefnum og notað tákni og skýringarmyndir eftir því sem við á, þannig að þær verði skiljanlegar öðrum
- geta útskýrt og sett fram eigin lausnir skriflega og samið sögur út frá stærðfræðilegum verkefnum, bæði sínum eigin og annarra
- geta útskýrt og túlkað upplýsingar úr töflum og súluritum

Lausnir verkefna og þrauta

Nemendur eiga að fá tækifæri til að glíma við þrautir á eigin spýtur og í samvinnu við aðra nemendur. Þeir kynnist því að lausnarferlið er ekki síður mikilvægt en niðurstaðan sjálf og röng svör geta einnig verið lærdómsrík. Þegar lausn er fundin þurfa nemendur að venja sig á að skoða hvort hún er í samræmi við upplýsingar sem gefnar eru. Börnin ættu einnig að fá tækifæri til að semja eigin þrautir um atburði daglegs lífs, m.a. út frá niðurstöðum athugana og kannana.

Markmiðið er að nemendur skilji að með skipulögðum vinnubrögðum, hugkvæmni og þrautseigju er hægt að leysa verkefni af margs konar tagi. Þeir öðlist sjálfstraust til að takast á við stærðfræðileg verkefni og læri að meta skemmtigildi stærðfræðinnar, m.a. með því að fást við leiki og þrautir um stærðfræðileg efni sem höfða til sjálfstæðrar sköpunar og hugkvæmni.

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

geta beitt skipulegum aðferðum við lausnir verkefna og þrauta, nánar tiltekið

- spyrja spurninga og leita að tilgátum sem gætu skýrt verkefnið
- nota aðferðir eins og að setja dæmið á svið, nota ápreifanlega hluti, giska á lausn, teikna myndir eða leysa einfaldara verkefni af skyldum toga
- prófa niðurstöður

hafa glímt við stærðfræðileg verkefni og þrautir af ýmsu tagi, nánar tiltekið

- geta túlkað einföld verkefni tengd daglegu lífi á stærðfræðilegan hátt sem auðveldar honum að leysa verkefnið
- hafa fengist við þrautir þar sem þarf að beita út-reikningum

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

- hafa fengist við þrautir þar sem raða þarf saman hlutum eða flatarmyndum, t.d. gestaþrautir
- hafa búið til eigin þrautir, t.d. um viðfangsefni daglegs lífs
- geta unnið með öðrum að lausn þrauta, rætt mismunandi leiðir og skýrt lausnarferli sitt fyrir öðrum
- geta rökstutt niðurstöður sínar, túlkað og sannreynt

Röksamhengi og röksemdafærslur

Nemendur ættu að fá sem flest tækifæri til að glíma við verkefni og þrautir þar sem ekki er augljóst hvaða aðferðir er heppilegast að nota. Það gefur þeim tækifæri til að efla rökhugsun sína og sjálfstæði í vinnubrögðum.

Nemendur þurfa að læra að draga ályktanir og rökstyðja þær. Þeir þurfa að geta metið hvort staðhæfingar, sem settar eru fram, eru sannar, t.d. fullyrðingar sem innihalda „og“, „eða“, „allir“, „einhver“, „ef ... þá ... “. Ýmiss konar leikir með rökkubba henta vel til að æfa skilning á þessum atriðum. Nemendur ættu að fá æfingu í að rýna í fullyrðingar kennara, annarra nemenda og námsefnis og setja athugasemdir fram með skýrum, málefnalegum og þrúðmannlegum hætti.

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

hafa kynnst mikilvægi röksemdafærslna í stærðfræði, nánar tiltekið

- geta fylgt einföldum röksemdafærslum
- geta gagnrýnt eigin röksemdafærslur og annarra
- geta metið hvort einfaldar fullyrðingar eru sannar, t.d. með því að prófa á áþreifanlegan hátt hvort fullyrðing stenst

geta beitt einföldum röksemdafærslum, nánar tiltekið

- geta rökstutt niðurstöður sínar og skýrt lausnarleiðir
- geta rökstutt reikningsaðferðir sínar
- geta flokkað hugtök eftir eiginleikum í undir- og yfirflokk
- geta sett fram einfaldar röksemdafærslur í mæltu og rituðu máli

geta áttað sig á fullyrðingum, lýsingum eða fyrirmælum, nánar tiltekið

- geta þekkt hlut, mynstur eða hugtak út frá lýsingu
- geta búið til og unnið með einföld reiknirit, t.d. gefið leiktæki eða tölvu runu af fyrirmælum til að vinna eftir

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

Frá unga aldri nota börn stærðfræði, jafnt í leik sem í daglegu lífi. Æskilegt er að tengja þessa notkun barna á stærðfræði við námið í skólanum. Í stærðfræðináminu þurfa nemendur að fá að þróa skilning sinn á stærðfræðihugtökum með því að fást við viðfangsefni sem tengjast daglegum veruleika þeirra og hafa merkingu fyrir þá sjálfa. Mikilvægt er einnig að stærðfræði sé tengd viðfangsefnum annarra námsgreina. Tenging stærðfræðinámsins við umhverfið og aðrar námsgreinar ætti að stuðla að því að börnin skilji nytsemi stærðfræðinnar fyrir þau sjálf, annað fólk og mannkynið í heild.

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

gera sér grein fyrir því hvernig hægt er að nota stærðfræði í daglegu lífi og á öðrum sviðum, nánar tiltekið

- geta leyst verkefni daglegs lífs með aðferðum stærðfræðinnar
- geta sett stærðfræðileg hugtök í samband við hversdagslega hluti til að gera þau skiljanlegri
- geta notað mynt og seðla, áætlað, talið og skráð peningaupphæðir og gefið til baka
- geta lesið úr einföldum töflum, t.d. stundatöflum, áætlana- og verðtöflum
- geta notað einföld rúmfræðileg hugtök við lýsingu og könnun fyrirbæra í umhverfinu
- hafa kynnst notagildi stærðfræði í verslun og handverki og til að lýsa og skýra fyrirbæri í náttúrunni og daglegu lífi

hafa lært undirstöðuatriði varðandi mælingar í tíma og rúmi, nánar tiltekið

- geta notað einfaldar mælieiningar um hitastig, mál og vog, bæði óstaðlaðar mælieiningar og staðaleiningarnar m og cm, l og dl ásamt g og kg
- skilja grundvallaratriði tímatalansins og kunna á klukku, bæði talna- og skífuklukku

Áfangamarkmið við lok 4. bekkjar - Inntak Tölur

Þegar börn byrja í skóla hafa þau talsverða reynslu af tölum og talnatáknum úr nánasta umhverfi sínu. Flest kunna þau að telja yfir tug og mörg talsvert hærra þó að skilningur þeirra á svo háum tölum fylgi ekki alltaf. Sífellt þarf að leggja rækt við tengsl milli fjölda, talna og tákna fyrir tölur. Leggja þarf áherslu á að nemendur öðlist skilning á uppbyggingu tugakerfisins, reglum þess og sætisgildi tölustafa. Reiknivélar og tölvur eru öflug tæki við þróun talna-skilnings. Vinna með þær gefur nemendum tækifæri til að kynnast tölum sem þeir hafa e.t.v. ekki fullan skilning á en sjá þó myndast við innslátt og reikniaðgerðir.

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

kunna skil á náttúrlegum tölum, hafa kynnst ræðum tölum í einföldu samhengi og þekkja litillega til heiltalna, nánar tiltekið

- sýna skilning á náttúrlegum tölum frá 1 upp í 1000
- geta lesið, skrifað, sýnt á reiknivél og notað í umræðum og annarri vinnu tölur allt að 10.000
- geta raðað náttúrlegum tölum og borið saman, bæði með lýsingarorðum og táknum
- kunna aðferð til að telja fjölda hluta í safni og sýna jafnframt þann skilning á tölum að hann geti áætlað fjölda hluta í safni og borið áætlunina saman við raunverulegan fjölda
- þekkja neikvæðar tölur í eðlilegu samhengi, t.d. á hitamæli og í notkun á reiknivélum
- geta notað tugabrot með einum eða tveimur aukastöfum
- geta sýnt á fjölbreytilegan hátt skilning á hvað er helmingur, þriðjungur, fjórðungur, fimmtungur, tíundi hluti og hundraðshluti af heild

hafa kynnst einföldustu hugtökum talnafræðinnar, nánar tiltekið

- skilja hvað það þýðir að ein tala gangi upp í annarri

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

- þekkja sléttar tölur og oddatölur
- geta talið aðra hverja tölu, þriðju hverja tölu, o.s.frv.
- hafa notað reiknivél til að skoða eiginleika talna, t.d. deilanleika

hafa skilning á framsetningu talna í tugakerfi, nánar tiltekið

- sýna skilning á tugakerfinu sem sætiskerfi, t.d. með því að nota áþreifanlega hluti, s.s. sætis-gildiskubba og myndir
- sýna skilning og vald á grunnatriðum varðandi ritun náttúrlegra talna í tugakerfi

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

Á yngsta aldurstigi ber að leggja áherslu á að nemendur tengi reikniaðgerðirnar við hlutbundin viðfangsefni og kynnist túlkun reikniaðgerða á talnalínu. Börn geta auðveldlega reiknað með háum tölum ef þau fá að nota hluti og skýringarmyndir við vinnuna þó að þau þekki ekki táknið og aðgerðamerkin. Þau þurfa að fá tækifæri til að beita eigin aðferðum við að ákvarða fjölda og breytingar á fjölda með samlagningu og frádrætti, margföldun og deilingu. Við þjálfun þessara reikniaðgerða þarf að leggja áherslu á skilning barnanna á aðgerðunum, m.a. með því að þau þrói sjálf lausnarleiðir sínar. Tæknibreytingar hafa haft áhrif á það hvernig fólk reiknar. Notkun reiknivéla og reikniforríta vex og þörf fyrir skrifleg reiknirit minnkar að sama skapi. Eðlilegt er að nemendur fái þjálfun í hugarreikningi og vélreikningi auk þess að nota blað og blýant. Hugarreikningur og skilningur á uppbyggingu talnakerfisins, tilfinning fyrir stærðum, færni til að áætla og námunda og skilningur á eðli reikniaðgerða eru eftir sem áður mikilvæg markmið þótt reikningur fari nú víða fram í vélum. Markviss vinna með reiknivélar getur stuðlað að því að ná þessum markmiðum.



Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

hafa náð góðum skilningi og færni í einföldum reikningi með náttúrlegar tölur og tugabrot, nánar tiltekið

- geta notað fjölbreyttar aðferðir við samlagningu og frádrátt náttúrlegra talna (a.m.k. fyrir tölur 1-1000), bæði á blaði og í huganum
- geta sett fram margföldunartöfluna upp í $10 \cdot 10$ og nýtt sér hana
- geta margfaldað þriggja stafa tölu með eins stafs tölu og reiknað einföld deilingardæmi
- skilja að margföldun er endurtekin samlagning
- skilja að líta má á deilingu sem skiptingu og einnig sem endurtekinn frádrátt
- hafa notað reiknivél til að öðlast betri skilning á reikniaðgerðum og geta notað hana til að leggja saman, draga frá, margfalda og deila
- sýna tilfinningu fyrir tölum og stærðum þannig að hann geti lagt mat á hvort útkoma úr reikningsdæmi er sennileg
- geta nýtt sér að annars vegar samlagning og frádráttur og hins vegar margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir og geta notað þessi tengsl til að prófa útreikninga
- sýna skilning á samlagningu og frádrætti tugabrota (tíundu- og hundraðshlutum) með því að nota ápreifanlega hluti og skýringarmyndir

hafa kynnst aðferðum við hugarreikning og námundun, nánar tiltekið

- sýna leikni í hugarreikningi með heila tugi, hundruð og þúsund og kunna aðferðir til að reikna í huganum einföld og aðgengileg dæmi með tveggja stafa tölum
- geta notað námundun að næsta tug til að einfalda reikninga

Hlutföll og prósentur

Börnum verður snemma tamt að nota hugtök og aðgerðir sem tengjast margföldun og deilingu, t.d. tvöfalda, þrefalda, skipta á milli, helminga. Einnig kynnast þau sambandinu milli hluta og heildar. Mikilvægt er að hlutbinda þessar aðgerðir á fyrri hluta skólagöngunnar svo að skilningur á eðli þeirra glatist ekki.



Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

hafa kynnst hlutföllum milli stærða og geta notað þau við lausnir einfaldra hagnýtra verkefna, nánar tiltekið

- geta notað hugtökin tvöfalt, þrefalt, fjórfalt ... og helmingur, þriðjungur, fjórðungur ... bæði í sambandi við tölur og aðrar stærðir, t.d. lengd strika
- geta metið hvort tiltekin stærð er stór eða lítill hluti af heild
- geta skipt áþreifanlegum hlutum í gefnum hlutföllum á milli aðila, t.d. í hlutföllunum 1:2 og 2:3
- skilja hvað átt er við með orðunum „stækkun“ og „smækkun“ og geta stækkað og smækkað flatarmyndir, t.d. með því að nota pinnabretti eða myndvarpa

hafa kynnst prósentuhugtakinu, nánar tiltekið

- geta túlkað hlutföllin 1%, 50% og 100% af áþreifanlegri stærð eða fjölda sem nemandinn þekkir vel

Mynstur og algebra

Skipuleg leit að mynstrum og venslum milli stærða er mikilvægur liður í að nemendur rækti með sér getu til að alhæfa og koma auga á almenna reglu út frá einstökum dæmum. Smám saman læra nemendur að hægt er að nota tákn fyrir óþekkta eða breytilega stærð, fyrst e.t.v. eyðu til að fylla í en síðan hefðbundin tákn eins og bókstafi.

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

hafa unnið með mynstur í því skyni að segja fyrir um framhaldið og finna almenna reglu, nánar tiltekið

- geta kannað, búið til og tjáð sig um reglur í talnamynstrum og öðrum mynstrum og spáð fyrir um framhald mynsturs, t.d. með því að nota líkön og hluti
- geta breytt mynstri af einu formi yfir á annað með því að nota hluti, töflur, gröf, reiknivélar, talað eða ritað mál og tákn
- geta skýrt tengsl milli þátta sem hann þekkir í daglegu lífi, t.d. fjölskyldutengsl

átta sig á einfaldri notkun ýmiss konar staðgengla fyrir tölur í stærðfræði, nánar tiltekið

- geta leyst einföld dæmi þar sem eyður eru notaðar til að tákna óþekkta stærð í jöfnu
- geta rökstutt að þegar sömu stærð er bætt við báðum megin í jöfnu þá gildir jafnaðarmerkið áfram, t.d. með því að nota áþreifanlega hluti

Rúmfræði

Rúmfræðinám ungra barna ræðst fyrst og fremst af rannsóknnum þeirra á umhverfinu. Þau mæla eða áætla fjarlægðir, þyngd, rúmmál og flatarmál með sjálfvöldum eða stöðluðum mælieiningum. Nánasta umhverfi gefur nemendum færi á að skapa sín eigin viðfangsefni og leita lausna á þeim. Námsárangur í rúmfræði ræðst ekki sist af markvissri umræðu þar sem nemendur þjálfast í notkun mismunandi hugtaka.

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

kunna skil á nokkrum algengum hugtökum sígildrar rúmfræði, nánar tiltekið

- þekkja, geta teiknað og nefnt punkt, línu, línustrik, samsíða línur, línur sem skerast og tvær línur hornréttar hvor á aðra
- geta flokkað horn eftir því hvort þau eru rétt, gleið eða hvöss
- þekkja og geta lýst nokkrum flatarmyndum og flokkað þær, s.s. hring, þríhyrning, sexhyrning, ferning, rétthyrning og samsíðung
- þekkja og geta lýst nokkrum algengum hugtökum úr þrívígri rúmfræði og flokkað þau, s.s. tening, kúlu, keilu, sívalning, strýtu (píramída) og réttstrending, geta notað viðeigandi heiti flatarmynda til að lýsa hliðarflötum þeirra og talið hliðarfleti, brúnir og horn
- geta búið til og borið saman flatarmyndir og þrívígri hluti og notað stærðfræðileg hugtök auk venjulegs talmáls til að lýsa eiginleikum þeirra
- geta komið auga á einslaga hluti og fleti í umhverfinu

kunna skil á nokkrum algengum hugtökum og aðferðum varðandi mælingu flatarmynda og þrívígri hluta, nánar tiltekið

Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

- geta notað óstaðlaðar og staðlaðar einingar til að áætla, mæla og bera saman lengd, flatarmál, þyngd og rúmmál
- geta flokkað, lýst, raðað og borið saman hluti eftir lengd, flatarmáli, þyngd og rúmmáli
- þekkja nokkur algeng mælitæki (s.s. vogarskálar og málband), geta notað þau og skilja að mælingar geta verið misjafnlega nákvæmar
- átta sig á tengslum margföldunar og flatarmáls rétthyrninga

kunna aðferðir til að lýsa staðsetningu og stefnu, nánar tiltekið

- geta notað hugtök sem tákna stefnu til að lýsa hvernig ferðast er um umhverfið
- geta gefið upplýsingar um staðsetningu og höfuðáttirnar (t.d. á landakorti), munnlega, skriflega og með tölum
- geta merkt hnit heilla talna í hnitakerfi
- geta teiknað hluti inn á rúðunet og lýst stöðu hlutar á rúðuneti með því að nota raðir og dálka
- geta fylgt leið á rúðuneti eða korti eftir munnlegum eða skriflegum leiðbeiningum

hafa kynnst rúmfræðilegum færslum, nánar tiltekið

- geta notað pappírshrot og speglanir til að búa til samhverfar myndir og form
- geta hliðrað flatarmyndum, t.d. á pinnabretti
- þekkja samhverfur í skreytilist, geta búið til mynstur og þakið flöt með flisum með því að beita rúmfræðilegum færslum

Tölfræði og líkindafræði

Börn verða oft fyrir vonbrigðum þegar atburðir, sem þau hafa átt von á, gerast ekki. Tækifæri til að kanna hvaða atburðir gerast alltaf, stundum eða aldrei hjálpa þeim til að skilja líkindi. Söfnun gagna til að svara spurningum barnanna, flokkun þeirra, skráning og túlkun hjálpar þeim að skipuleggja hugsun sína og gera spá sem byggð er á tiltækum upplýsingum. Með því að vinna úr eigin gögnum, setja þau upp í töflur og túlka myndrænt verða nemendur betur læsir á slíka hluti.



Við lok náms í 4. bekk á nemandi að

kunna ýmsar aðferðir til að flokka og setja fram tölu-
leg gögn, nánar tiltekið

- geta lesið úr gögnum og túlkað gögn sem sett eru fram í töflum eða með súluritum
- geta borið saman gögn með því að nota hugtök sem tákna fjölda eða magn
- geta safnað, skráð og flokkað gögn og sett fram niðurstöður í töflum og með súluritum

hafa kynnst líkindahugtakinu, nánar tiltekið

- geta skýrt líkur á að eitthvað gerist með því að nota hugtökin „öruggt“, „sennilegt“, „óvíst“, „ósennilegt“
- geta borið saman líkur á að eitthvað gerist með því að nota hugtökin „jafnmiklar líkur“, „meiri líkur“ og „minni líkur“
- geta notað tilraunir til að svara spurningum sínum um líkur, t.d. með því að kasta upp teningi ítrekað

Prepamarkmið 1



Á 1. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- skrái upplýsingar um sjálfan sig þar sem háar tölur koma fyrir
- safni gögnum í tengslum við kannanir í náttúru- og samfélagsfræði og skrái í töflur og súlurit
- leysi viðfangsefni í samvinnu við skólafélaga sína og venjist því að ræða við þá um verkefni
- noti mismunandi hjálpargögn við lausnir verkefna þar sem háar tölur koma fyrir, s.s. smáhluti, kubba, talnagrindur og skýringarmyndir
- skýri lausnarleiðir sínar fyrir öðrum með því að segja frá, gera sér líkan eða skýringarmynd og nota táknmál stærðfræðinnar
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Skrá lengd og þyngd við fæðingu, lengd og þyngd í dag.
 - Safna skordýrum og skrá fjölda hvernar tegundar í töflur og súlurit.

Lausnir verkefna og þrauta

- leysi þrautir þar sem beita þarf útreikningum
- búi til eigin þrautir með verkefnum sem tengjast skólastarfinu eða viðfangsefnum daglegs lífs
- leysi þrautir þar sem raða þarf saman hlutum eða flatarmyndum
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Krakkarnir í 1. A fóru í sund. Þeir eru samtals 17. 10 krakkar fóru í heita pottinn en hinir fóru beint í laugina. Svo fóru 5 krakkar úr heita pottinum í laugina. Um leið fóru 3 krakkar úr lauginni í heita pottinn. Hvað voru þá margir krakkar úr 1. A í heita pottinum?

Á 1. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Röksamhengi og röksemda-færslur - meti hvort fullyrðingar sem settar eru fram eru sannar

- flokki rökkubba eða safn smáhluta eftir eiginleikum og rökstyðji flokkun sína
- leiki leiki, t.d. með rökkubba, þar sem finna þarf reglu eða leysa þrautir
- temji sér að nota þekktar staðreyndir til að álykta út frá
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Meta sanngildi: Anton verður 7 ára eftir tvær vikur og Dóra verður 7 ára eftir tvo mánuði. Anton er eldri en Dóra
 - Hulda safnaði 6 köngulóm og 7 ánamööðkum. Hve mörgum dýrum safnaði hún? Við lausn verkefnisins sjá nemendur að þeir geta notfært sér að þeir vita að 6 plús 6 eru 12 og þess vegna eru 7 plús 6 einum meira en 12 eða jafnt og 13

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

- leysi verkefni sem varða daglegt líf hans
- skoði form í nánasta umhverfi sínu og greini hvernig ólík form eru notuð í mismunandi tilgangi
- geri tilraunir með skálavog. Hvaða hlutir eru þungir/léttir?
- mæli með óstöðluðum einingum og beri saman við mælingar með stöðluðum einingum
- ræði um tímatal, t.d. tímaröð atburða, tímalengd milli atburða og dagatal
- vinni með klukku, læri að lesa af henni hvað tímanum líður og lesa stundatöflu
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hvað þarf mörg áhöld, þ.e. diska, hnífapör og glös, til að leggja á borð fyrir fjölskylduna?
 - Hringlaga og sívalir hlutir skoðaðir, s.s. hjól, pottar, glös, umferðarskilti

Á 1. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Hvað er skólastofan mörg skref að lengd? Hvað eru það margir metrar?
- Setja atburði úr skólalífinu inn á tímaás (talnalínu).

Tölur

- pari saman hluti úr umhverfinu, flokki hluti í hópum og beri saman fjölda í hópunum
- telji hluti eða fólk, t.d. í kennslustofunni
- skoði tölur á talnalínu
- leiki frjálst með vasareikna til að skoða hvernig hægt er að kalla fram tölur á marga vegu
- vinni með talnaþulur, fingravisur og talnarunur eins og 2, 4, 6 ..., 5, 10, 15 ... eða 10, 20, 30 ...
- noti áþreifanlega hluti, t.d. einfestukubba, til að sýna háar tölur
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hluti af talnalínu teiknaður á töflu. Kennari velur sér eina af tölunum og nemandur eiga með spurningum að reyna að finna hver hún er.

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- leysi verkefni úr daglegu umhverfi sínu þar sem þarf að leggja saman, draga frá, margfalda eða deila til að finna lausn
- þjálfist í að finna ólíkar leiðir við lausn verkefna og bera saman mismunandi leiðir að sömu lausn
- noti vasareikni til að skoða tengsl samlagningar og margföldunar með því að setja inn fastastærð í samlagningu
- skipti safni þar sem afgangur verður og ræði um leiðir til að skipta afgangnum þannig að hann gangi upp
- kynnist víxlreglu í samlagningu, t.d. með kubba-lengju
- þjálfist í að nota þekkingu sína á tölum við hugar-reikning

Á 1. þepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Silja fékk litapakka með 12 litum í afmælisgjöf. Hún týndi nokkrum þeirra svo að nú eru bara 7 litir í kassanum. Hvað týndust margir litir?
 - Bragi, Linda og Fannar bökuðu 20 piparkökur í heimilisfræði og ætla að skipta þeim á milli sín. Hvað fær hvert þeirra margar kökur?
 - Við lausn dæmisins $6 + 7$ nýtir nemandi sér að hann veit að $6 + 6 = 12$.

Mynstur og algebra

- leiti að mynstrum í umhverfinu, s.s. simynstri sem endurtekningu í tíma (t.d. hljómfalli) eða rúmi
- tákni gefið mynstur með mismunandi gögnum, t.d. kubbum, litum, orðum, hljóðum eða teikningum
- myndi talharunur á vasareikni

Rúmfræði

- þjálfist í ýmiss konar byggingarleikjum
- skoði þrívíða hluti, t.d. umbúðir, lýsi þeim, beri þá saman og flokki eftir eiginleikum, t.d. lögun, stærð eða lit
- leiti að ákveðnum formum í umhverfi sínu, beri saman og flokki eftir eiginleikum
- raði hlutum eftir lengd, þykkt, breidd, þyngd og rúmtaki
- mæli lengd hluta í umhverfinu með óstöðluðum einingum og beri saman niðurstöður sínar og annarra
- ræði hvernig finna megi hvort hlutur er stærri eða þyngri en annar og hvaða ílát rúmar mestan vökva
- fari í leiki þar sem notuð eru hugtök sem tengjast staðsetningu, s.s. fyrir framan, aftan, ofan, neðan, til hliðar, nálægt, norður, suður
- beri saman flatarmyndir, s.s. þríhyrninga, ferhyrninga eða hringi, og velti fyrir sér eðli þeirra, t.d. hvort þær geta þakið flöt
- teikni, máli eða klippi út samhverfar myndir

Á 1. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Tölfræði og

líkindafræði

- noti áþreifanlega hluti til að gera súlurit
- taki þátt í umræðum um þær upplýsingar sem súluritin gefa. Af hverju er mest? Af hverju er minnst? Hverju munar? Hve mikið samtals?
- skoði hluti í nánasta umhverfi sínu, telji, flokki, skrái og lesi úr niðurstöðum
- ræði um hvort eitthvað er líklegt eða ólíklegt, hvort eitthvað gerist reglulega, stundum eða aldrei
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Börnin skipa sér í raðir eftir því í hvaða mánuði þau eiga afmæli.
 - Hvað er líklegt að við sjáum alltaf úti á rigningar-degi, hvað sjáum við stundum og hvað aldrei?
 - Er líklegt að einhver í bekknum sé með plástur í dag, einhver spili á hljóðfæri, einhver hafi ferðast til útlanda eða að einhver hafi komið í flugvél í skólann?

Prepamarkmið 2



Á 2. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Stærðfræði og tungumál**
- skrái upplýsingar þar sem háar tölur koma fyrir, t.d. verð í verðlistum
 - lesi (með aðstoð) texta um stærðfræðileg viðfangsefni og greini um hvað hann fjallar
 - semji sögur um stærðfræðileg verkefni
 - túlki niðurstöður útreikninga á grundvelli gagnasöfnunar, munnlega, með skýringarmyndum og á táknmáli stærðfræðinnar
 - útskýri fyrir kennara og bekkjarfélögum hvernig hann leysir verkefni með aðstoð hluta (t.d. kubba eða talnagrindar) eða myndrænna skýringa

- Lausnir verkefna og þrauta**
- vinni með öðrum að lausn þrauta, ræði um og prófi mismunandi lausnarleiðir og skýri lausnarferli sitt fyrir öðrum
 - leysi þrautir þar sem beita þarf útreikningum til að leysa vandamál
 - vinni með tölvuforrit þar sem leysa þarf þrautir
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Telja fjölda kubba í rúmmynd eða fjölda leiða í gegnum völundarhús.
 - 7 krakkar bökðu piparkökur í heimilisfræði. Hver þeirra bakaði 10 piparkökur. Það voru 20 krakkar í bekknum og fékk hver þeirra tvær piparkökur og kennarinn líka. Afgangnum af kökunum skiptu krakkarnir 7 jafnt á milli sín og fóru með heim. Hve margar piparkökur fór hver þeirra með heim?

- Röksamhengi og röksemdafærslur**
- fari í leiki og spil, s.s. lúdó, myllu eða skák, sem reyna m.a. á talnavinnu, rúmfræði, rökhugsun og hugkvæmni
 - finni út með spurningum hverju er lýst
 - temji sér að nota þekktar staðreyndir til að álykta út frá

Á 2. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Krakkarnir í 2. A og 2. B ætla í rútuferð. Í rútu eru sæti fyrir 45 krakka. Í 2. A eru 23 krakkar. Hvað mega vera margir krakkar í 2. B til að allir fái sæti? Við lausn verkefnisins átta margir sig á því að þeir geta nýtt sér að tveir tugir og tveir tugir eru fjórir tugir og að tveir og þrjú eru fimm og sjá þannig að svarið er 22.

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

- vinni með peninga/kennslupeninga, flokki eftir tegund myntar og telji saman ákveðna upphæð
- geri tilraunir með skálavog
- ræði hugtök tengd hitamælingum, s.s. heitur, kaldur, hlýr, fylgist með veðrinu og lesi hitastig af hitamæli
- ræði um tímatal, m.a. um vikur, mánuði og ár
- vinni með klukku, bæði talna- og skífuklukku
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Setja atburði ársins (jól, páska o.s.frv.) upp á tímaás.

Tölur

- áætli fjölda hluta, telji með aðstoð talnagrindar eða sætisgildiskubba og sannreyni ágiskun sína
- raði tölum í flokka eftir tilteknum eiginleikum, t.d. oddatölur, tugtölur, tölur sem enda á 5 o.fl.
- vinni með talnalínu til að fá tilfinningu fyrir uppbyggingu tugakerfisins
- noti vasareikni til að skoða hvernig tölur breytast þegar bætt er við tug, hundraði eða þúsundi

Á 2. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat - leysi verkefni úr daglegu umhverfi sínu þar sem þarf að leggja saman, draga frá, margfalda eða deila til að finna lausn

- noti talnalínu til að skoða eðli reikniaðgerða og kanna innbyrðis tengsl þeirra. Hvað gerist þegar lagt er saman, dregið frá? Er sama í hvaða röð tölurnar, sem unnið er með, eru valdar?
- skoði hvernig margföldunartöflur mynda talnamynstur út frá endurtekinni samlagningu, t.d. með því að lita tölurnar í margföldunartöflum og athuga mynstrin
- kynnist deilingu bæði sem skiptingu og endurteknum frádrætti
- þjálfist í að nota mismunandi hjálpargögn við lausnir verkefna, s.s. smáhluti, kubba, talnagrindur, reiknivélar og skýringarmyndir
- þjálfist í að nota þekkingu sína á tölum við hugarreikning
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Jónas á 220 krónur. Hann langar til að eignast pennaveski sem kostar 800 kr. Hvað þarf hann að eignast margar krónur í viðbót til að geta keypt pennaveskið?
 - Á skólalóðinni eru fjórar hjólagrindur. Í hverri grind er hólf fyrir 8 hjól. Hve mörg hjól komast fyrir í öllum grindunum?
 - Á ganginum fyrir framan stofu 5 eru 19 þör af skóm. Hvað eru það margir skór? Við lausn dæmisins geta margir nýtt sér að vita að 20 plús 20 eru 40 og því þarf bara að draga 2 frá. Eða þeir hækka 19 upp í 20, leggja 19 við og draga svo einn frá í lokin.

Á 2. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Mynstur og algebra**
- skoði og myndi talnamynstur, s.s. hvernig mynstur sléttar tölur annars vegar og oddatölur hins vegar mynda í talnatöflu þar sem tölunum 1-100 er raðað í 10 dálka, 5 dálka o.s.frv.
 - æfi talnarunur, t.d. með því að klappa og telja um leið en segja bara aðra, þriðju eða fimmtu hverja tölu upphátt
- Rúmfræði**
- skoði lögun hluta og ræði um eiginleika og notagildi
 - búi til flatarmyndir úr tvívíðum formum
 - beri saman flatarmál rétthyrninga og margföldun tveggja talna
 - mæli með stöðluðum einingum, s.s. sentikubbum, og beri saman við mælingar með reglustiku eða málbandi (cm, dm, m)
 - kanni rúmmál vökva með því að hella á milli íláta og beri saman við upplýsingar um magn á umbúðum
 - vinni með samhverfur, t.d. í bókstöfum, og athugi hvort speglunarásar eru einn eða fleiri
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Hjól, gluggar, veggir, kassar, rör: Hvers vegna eru hlutirnir svona í laginu? Væri hægt að nota þá til þess sem þeir eru notaðir ef þeir væru öðruvísi í laginu?
- Tölfræði og líkindafræði**
- geri töflur og einföld súlurit um áhugamál sín eða annað sem tengist daglegu lífi
 - taki þátt í umræðum og fáist við útreikninga út frá þeim upplýsingum sem er að finna í súluritunum. Munar miklu á hæstu og lægstu súlunni? Er það mikið eða lítið? Hvað er samtals mikið í tveimur eða fleiri súlum? Ef öllu væri skipt jafnt hvað kæmi þá í hvern hlut?
 - ræði um líkur á að atburðir gerist

Á 2. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Eru miklar líkur á að það verði rigning á morgun? Er líklegt að við vinnum í lottói ef við kaupum eina röð?
 - Jóna á tvær systur. Hún á von á litlu systkini. Hvort er líklegra að það verði bróðir eða systir?



Prepamarkmið 3



Á 3. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- skrái upplýsingar þar sem háar tölur og brot koma fyrir
- lesi texta um stærðfræðileg viðfangsefni og greini um hvað hann fjallar
- þjálfist í að skrá svör sín við dæmum með því að nota talnatákn og aðgerðarmerki
- noti stærðfræðileg hugtök til að lýsa hlutum eða fyrirbrigðum, t.d. leikföngum, hlutum úr umhverfinu eða rökkubbum
- semji sögur um stærðfræðileg verkefni og sýni hvernig þau geta verið spröttin úr ólíku samhengi
- útskýri fyrir kennara og bekkjarfélögum hvernig hann leysir verkefni með aðstoð hluta, myndrænna og/eða tölulegra skýringa
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Leikur þar sem einn nemandi lýsir með orðum hlut sem er að finna í skólastofunni.
 - Um hvað gæti dæmið $75 - 32$ verið? Semjið tvær ólíkar sögur um dæmið sem sýna ólík til efni til frádráttar.

Lausnir verkefna og þrauta

- vinni með öðrum að lausn þrauta, ræði um og prófi mismunandi lausnarleiðir og skýri lausnarferli sitt fyrir öðrum
- kynnist aðferðum til að takast á við flókin verkefni, s.s.
 - setja á svið eða teikna mynd
 - reyna einfaldara verkefni
 - giska á lausn
 - leita að mynstri
- temji sér að prófa lausnir í samhengi við upphaflegt verkefni
- leysi þrautir sem tengjast daglegu lífi
- búi til eigin þrautir með verkefnum sem tengjast skólastarfinu eða viðfangsefnum daglegs lífs

Á 3. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Bíl er ekið 125 km á 2 klukkustundum. Hvað fer hann langt á einni klukkustund? (Má einfalda með því að hugsa sér fyrst 100 km á 2 klst.)
 - Krakkarnir í 3. R fóru í „yfir“. Í bekknum eru 26 krakkar. Þeir skiptu jafnt í tvö lið. Fyrst náðu krakkarnir í A-liðinu 4 krökkum úr B-liðinu. Þá náði B-liðið 2 krökkum úr A-liðinu. A-liðið náði næst 3 úr B-liðinu og að lokum náði B-liðið 5 krökkum úr A-liðinu. Hve margir voru í hvoru liði þegar leiknum lauk?
 - Ég á 5600 kr. í banka. Hve lengi er ég að safna fyrir hjóli sem kostar 10.000 kr. ef ég legg 800 kr. fyrir í hverjum mánuði?

Röksamhengi og röksemdafærslur - meti hvort fullyrðingar, sem settar eru fram, eru sannar

- temji sér að nota þekktar staðreyndir til að álykta út frá
- spili með rökkubbum þar sem nota þarf mismunandi eiginleika kubbanna til að komast áfram
- búi til og vinni með einföld reiknirit

- fáist við sambærileg verkefni:
- Meta sanngildi: Hanna er stærri en Páll. Páll er minni en Guðjón. Þá er Guðjón stærri en Hanna.
- Búa til margföldunartöflu með því að leggja saman t.d. $2+2+2+2+2+2 = 12$ og $3+3+3+3+3+3 = 18$.
- Búa til talnarunur þar sem fylgja þarf ákveðinni reiknireglu, t.d. 4, 8, __, __, __, 128.

Tengsl við daglegt líf og önnur svið - skoði form í nánasta umhverfi sínu. Hvaða form þekja flöt? Hvernig er þeim raðað saman í hellulögn á bílastæðum og gangstéttum?

- áætli hvað vörur kosta, reikni út (t.d. með aðstoð vasareiknis), borgi og meti hvort rétt er gefið til

Á 3. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

baka, t.d. í búðarleik þar sem nemandur útbúa sjálfir gjaldmiðil og ákveða vöruverð

- vinni með tímareikninga og tímaáætlanir. Hve langt er síðan tiltekið atvik átti sér stað? Hve langt er þangað til eitthvað gerist?
- þjálfist í að lesa á tölvuklukku og klukku með skífu og beri saman þær upplýsingar sem þær gefa
- leggi mat á hvaða mælieiningar eru heppilegar til að mæla tiltekna hluti, mæli, skrái og meti hvort niðurstöður mælinga eru réttar

Tölur

- noti áþreifanlega hluti til að sýna háar tölur
- safni háum tölum, t.d. úr dagblöðum, og ræði um stærð þeirra og notkun í daglegu lífi
- skoði neikvæðar tölur í eðlilegu samhengi, t.d. skoði á talnalínu og vasareikni hvað gerist þegar talið er niður
- beri saman fjölda kubba í lengjum, plötum og teningum og þjálfist í skráningu talna
- vinni með sætisgildiskubba til að efla skilning á tugakerfinu
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Telja smáhluti í hópa með tíu/hundrað/þúsund hlutum í hverjum.

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- þjálfist í að nota mismunandi hjálpargögn við lausnir verkefna, s.s. kubba, talnagrindur, skýringarmyndir, vasareikna, talnatákn og aðgerðarmerki
- skoði talnamynstur í margföldunartöflum og beri saman mynstur í mismunandi töflum
- kynnist mismunandi reikniaðferðum sem nota má við útreikninga með tveggja og þriggja stafa tölum
- noti talnalínu til að skoða andhverfar aðgerðir; hvað gerist ef tala er fyrst lögð við og síðan dregin aftur frá?

Á 3. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Þjálfist í að finna ólíkar leiðir við lausn verkefna og bera saman mismunandi leiðir að sömu lausn
- Þjálfist í að áætla svör við dæmum og nota svo reiknivél eða önnur hjálpargögn til að reikna dæmið og bera saman við áætlun sína
- Þjálfist í að nota þekkingu á tugakerfinu við hugar-reikning
- Þjálfist í að námunda tölur að næsta heila tug

- Fáist við sambærileg verkefni:
 - Bera saman tölur í tví- og þrítöflunum. Hvaða tölur eru í báðum töflunum? Hvað er líkt í tví- og fjórtöflunni? Hvers vegna eru tölurnar í sextöflunni líka í tví- og þrítöflunni?
 - Nota reiknivélar við útreikninga sem tengjast heimilisstörfum, t.d. að áætla hvað þarf að kaupa af mat og drykk fyrir afmælisveislu, áætla hvað það kostar og reikna síðan nákvæmar í reiknivél.
 - Við lausn dæmisins 93-27 er talan 93 hækkuð upp í 97 og hækkunin svo dregin frá í lokin.

Hlutföll og prósentur

- leggi mat á hvort er meira, helmingur eða þriðjungur, helmingur eða fjórðungur, t.d. með því að skipta pappírsstrímlum af sömu lengd í 2, 3 og 4 hluta og bera saman hlutana
- skipti safni áþreifanlegra hluta í gefnum hlutföllum, t.d. 1:2
- stækki flatarmyndir, t.d. á pinnabretti

Mynstur og algebra

- skoði regluleika í mynstri og búi til mynstur útfært á ólíka vegu, t.d. raði hlutum, teikni, saumi út o.s.frv.
- tákni gefið mynstur, t.d. einfalt dansspor, með mismunandi gögnum, s.s. kubbum, litum, orðum eða teikningum

Á 3. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

- skoði hvernig mynstur er hægt að mynda með mismunandi fjölda eininga, t.d. þríhyrningstölur og ferningstölur
- búi til talnamynstur á vasareikni, t.d. fái fram runu með því að setja inn fasta í samlagningu, merki talnarunurnar inn í talnatöflu og beri svo saman mismunandi talnarunur sem myndast með því að nota ólíkar tölur, t.d. 2, 3 og 6 sem fasta
- skýri fjölskyldutengsl, t.d. með því að teikna ættartré

Rúmfræði

- búi til þrívíða hluti, ræði um heiti hlutanna, horn, brúnir og hliðarfleti og eiginleika þeirra, t.d. holur, gegnheill, sívalur, kúlulaga, kúptur, íhvolfur
- mæli lengd hluta með kubbum (sentikubbum/sætis-gildiskubbum) og beri saman við mælingar með reglustiku eða málbandi (cm, dm, m)
- vinni með höfuðáttirnar á landakorti, beri saman við staðhætti og ákveði höfuðáttirnar í umhverfinu
- telji út hnit heilla talna á lárétta og lóðrétta talnalínu og teikni hluti inn í hnitakerfið, t.d. í sjórustuleik
- vinni með samhverfur, t.d. með því að skoða samhverfur í kviksjá með marglitum flisum
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Þekja á gólflöt með flisum. Flisarnar eru ferningslagaðar og fjórar flisar fylla 1 metra á lengd. Hve margar flisar þarf á gólfið?

Tölfræði og líkindafræði

- geri rannsóknir á umhverfi sínu, telji, flokki, skrái og lesi úr niðurstöðum og setji upp í myndrit
- geri rannsóknir á líkum, t.d. með því að draga kúlur upp úr poka með mislitum kúlum, skrá hvaða litur kemur upp og reyna að spá fyrir um hvað gerist næst. Hvað er hægt að vera alveg viss um? Fást sömu niðurstöður ef blöndunni í pokanum er breytt?

Prepamarkmið 4



Á 4. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- safni gögnum í tengslum við rannsóknir og kannanir í náttúru- og samfélagsfræði og skrái í töflu og súlurit, t.d. með aðstoð töflureiknis
- noti stærðfræðileg hugtök til að lýsa hlutum eða fyrirbrigðum, t.d. leikföngum, hlutum úr umhverfinu eða rökkubbum
- semji sögur um stærðfræðileg verkefni og sýni hvernig þau geta verið spröttin úr ólíku samhengi
- útskýri fyrir kennara og bekkjarfélögum hvernig hann leysir verkefni með aðstoð hjálpargagna, skýringarmynda og tákna
- taki þátt í umræðum um stærðfræðileg efni og þjálfist í að spyrja spurninga til að öðlast betri skilning á þeim
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Úrgangur, sem safnast í skólanum, er flokkaður og veginn og niðurstöður skráðar í töflu og súlurit.

Lausnir verkefna og þrauta

- kynnist aðferðum til að takast á við flókin verkefni, s.s.
 - setja á svið
 - reyna við einfaldara verkefni
 - giska á lausn
 - leita að mynstri
- temji sér að prófa lausnir í samhengi við upphaflegt verkefni
- leysi þrautir þar sem beita þarf útreikningum til að leysa vandamál
- vinni með tölvuforrit þar sem leysa þarf þrautir
- fáist við sambærileg verkefni:
 - (Reyna við einfaldara verkefni.) Átta krakkar ætla að halda borðtennismót. Allir leika við alla einu sinni. Hve marga leiki þarf að leika? (Prófa mætti að leysa verkefnið fyrst með færri keppendum, t.d. fjórum.)



Á 4. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- (Setja á svið.) Ég á 11 brjóstsykursmola. Ég deili þeim með öðrum þannig að allir fái jafnt og 2 verða afgangs.
 - a) Hve mikið fékk hver?
 - b) Ef þú hefur gengið af, hve margir hefur þú fengið hve mikið?
 - c) Hefði ég átt 17 mola, milli hve margra hefði ég getað skipt jafnt ef 1 hefði gengið af?
- Í skólaárinu eru 172 dagar. Ef keypt er mjólk á hverjum degi hvað þarf þá að kaupa margar 15 miða lengjur af mjólkurmiðum? Ein lengja kostar 200 kr. Hvað kosta allar mjólkurlengjurnar sem þú kaupir yfir veturinn? Hvað kostar ein mjólkurferna?

- Röksamhengi og röksemda-færslur**
- fari í leiki og spil sem reyna m.a. á talnavinnu, rúmfræði, rökhugsun og hugkvæmni
 - temji sér að nota þekktar staðreyndir til að álykta út frá
 - finni út hverju er lýst
 - gefi leiktæki eða tölvu stutta runu af fyrirmælum, t.d. í tölvuforritinu LOGO
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Runa af fyrirmælum fyrir leikfang: Fylgdu svörtu línunni þar til hún endar, beygðu þá til vinstri, haltu áfram í 5 sekúndur, stansaðu þá og flautaðu.

- Tengsl við daglegt líf og önnur svið**
- reikni út hve mikið efni þarf til að vinna ákveðið handíðaverkefni
 - vinni með tímareikninga, tímaáætlanir og lesi úr einföldum tölflum, t.d. áætlanatölflum almenningsfarartækja til að finna út hvenær farartækið er á ákveðnum stöðum og hve langan tíma tekur að fara milli staða
 - vinni með staðaleiningarnar m og cm, l og dl og g og kg

Á 4. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Tölur

- skrái háar tölur og brot í tengslum við mælingar og útreikninga
- skoði hvernig mynstur er hægt að mynda með mismunandi fjölda. Hvað er hægt að raða fjórum kubbum á marga mismunandi vegu? En fimm kubbum?
- fáist við skiptingu þar sem afgangur verður. Hvaða tala gefur 1 í afgang þegar henni er skipt í 2, 3 og 5 hluta?

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- leysi verkefni úr daglegu umhverfi sínu þar sem þarf að leggja saman, draga frá, margfalda eða deila til að finna lausn
- skoði mynstur í margföldunartöflum og beri saman mynstur sem myndast í mismunandi töflum
- noti talnalínu til að skoða eðli reikniaðgerða og kanni innbyrðis tengsl þeirra. Hvað gerist á talnalínu þegar lagt er saman, dregið frá, margfaldað eða deilt? Er sama í hvaða röð tölurnar, sem unnið er með, eru valdar?
- noti talnalínu og/eða vasareikni til að skoða andhverfar aðgerðir, t.d. margföldun og deilingu
- þjálfist í að finna ólíkar leiðir við lausn verkefna og bera saman mismunandi leiðir að sömu lausn, m.a. til að meta hvort niðurstaða er rétt
- reikni dæmi með háum tölum, t.d. niðurstöður rannsókna og kannana, og velji sér heppilegt hjálpartæki til útreikninga
- noti þekkingu á tugakerfinu við hugarreikning
- námundi tölur að næsta heila tug eða hundraði
- noti þekkingu á tugakerfinu við lausn dæma
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hanna er 153 cm á hæð og Jakob er 8 cm lægri en hún. Hve hár er Jakob? Lóa, litla systir Hönnu, er þriðjung lægri en hún. Hvað er Lóa há?

Á 4. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Á einni viku keyptu nemendur í 3. A 12 fernur af kókómjólk, 22 af nýmjólk og 31 af léttmjólk. Hvað eru það margar fernur á dag að meðaltali?
- Bera saman tölur í fjór- og sex-töflunum. Hvaða tölur eru í báðum töflunum?
- Kanna mynstrið í 9 sinnum töflunni. Hvers vegna myndar 9 sinnum taflan skálinu í 10 dálka töflu með tölunum 1-100? Hvers vegna er þversumman alltaf 9?
- Reikna $2 \cdot 98$ út frá að $2 \cdot 100 = 200$ og $2 \cdot 98$ er þá $200 - 4$.
- Reikna $397 + 146$ sem $400 + 143$ og $36 - 18$ sem $(38 - 18) - 2$.
- Fimm hlutir, sem hver kostar 195 kr., kosta samtals um $5 \cdot 200 \approx 1000$ kr.

Hlutföll og prósentur

- skipti ákveðinni lengd í tvo eða fleiri hluta og ræði um hluta af heild og jafnan hlut
- vinni með erlendan gjaldeyri, t.d. skoði peningaseðla og mynt frá öðrum löndum og beri verðgildi þeirra saman við íslenska peninga
- stækki eða smækki flatarmyndir, t.d. á pinnabretti eða myndvarpa, og ræði um hvað varðveitist við stækkunina/smækkunina og hvað ekki
- skoði mynstur í myndum og vinni með þau, t.d. stækki upp hluta mynsturs eða bæti við mynstur
- finni 1%, 50% og 100% af stærð eða fjölda sem hann þekkir vel

Mynstur og algebra

- tjái sig um regluleika í mynstri með margvíslegum hætti, s.s. með orðum, teikningum eða tölum
- leysi einföld dæmi þar sem eyður eru notaðar til að tákna óþekkta stærð í jöfnu
- kynnist notkun bókstafa fyrir tölur, t.d. með því að gera töflur yfir n , $n+1$, $n+n$ o.s.frv. fyrir mismunandi gildi á n

Á 4. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- sannreyni að þegar sömu stærð er bætt við báðar hliðar jafnaðarmerkis gildir jafnaðarmerkið áfram
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Fylla í eyðurnar $15 + \underline{\quad} = 22$, $2 \cdot 5 - \underline{\quad} = 7$.
 - Nota skálavog með lóðum og óþekktan hlut á annarri vogarskálinni.

Rúmfræði

- teikni flatarmyndir, s.s. þríhyrninga og rétthyrninga, og noti hugtökin punktur, hlið, horn o.s.frv. rétt
- þekki rétt horn, hvöss og gleið og þekki þau í sínu umhverfi
- mæli yfirborð hluta með því að nota mismunandi mælitæki, t.d. rúðunet eða einingarkubba
- mæli rúmmál umbúða með því að nota einingarkubba
- geri lista yfir mælitæki sem hann hefur séð fólk nota
- beri saman flatarmál rétthyrninga og margföldun tveggja talna
- fylgi leið á korti eftir leiðbeiningum og leiti að stöðum á landakorti út frá upplýsingum um staðsetningu
- hliðri flatarmyndum, t.d. á pinnabretti eða rúðuneti

Tölfræði og líkindafræði

- geri rannsóknir á umhverfi sínu, telji, flokki, skrái og lesi úr niðurstöðum og setji upp í einföld myndrit, taki þátt í umræðum um þær upplýsingar sem myndritin gefa og fáist við útreikninga út frá þeim
- safni tölfræðilegum gögnum úr tímaritum þar sem nemendur velja viðfangsefni, skipuleggja söfnun gagna og velja framsetningarmáta og ræði um hvaða upplýsingar gögnin gefa
- spili spil þar sem byggja þarf á líkum

Á 4. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Myndrit um vegalengd sem nemandur í bekknum þurfa að ferðast í skólann.
 - Spilið: Spilapeningana burt. Nemandur fá 11 spilapeninga og raða á talnalínu á tölurnar 2-12. Þeir ákveða sjálfir hve marga peninga þeir setja á hverja tölu. Tveimur teningum er varpað og spilapeningur tekinn af tölunni sem er jöfn summu deplanna á teningunum. Sá vinnur sem fyrstur losnar við alla spilapeningana.



STÆRÐFRÆÐI Í 5.-7. BEKK

Inngangur

Um tíu ára aldur fara börn smám saman að ná tökum á óhlutbundinni rökhugsun. Sum ná fljótlega góðu valdi á slíkum hugsanagangi en önnur byggja allan sinn skilning á hlutbundinni tengingu. Árangur í stærðfræðinámi er mjög undir því kominn að nemendum gefist tími og næði til að vinna að námi sínu með íhygli, bæði með því að lesa námsbækur og önnur námsgögn, nota ápreifanlega hluti, skrifa minnisþykki og teikna myndir til að fá skýrari hugmyndir um þau hugtök sem verið er að fást við.

Á þessu stigi er mikilvægt að huga að viðhorfum og áhuga nemenda á náminu. Það beinist æ meira inn á hefðbundna efnisþætti en um leið skapast hættu á að viðfangsefni verði óraunhæf og einhæf. Mikilvægt er að tengja efnið merkingarþætti og áhugaverðum verkefnum sem fela í sér athuganir, stærðfræðilega úrvinnslu og túlkun niðurstaðna.

Æskilegt er að velja viðfangsefni þar sem fléttast saman kunnátta og skilningur á nokkrum efnisþáttum í einu. Auk stuttra þjálfunarverkefna ættu nemendur að fá að vinna sjálfstætt eða með öðrum við margvíslegar stærðfræðilegar þrautir og athuganir sem höfðu til frumkvæðis og sköpunarþarfar. Löngun nemenda til að takast á við krefjandi og ógrandi viðfangsefni þarf að vera vakin. Nemendur ættu að fá að kynna skemmtigildi stærðfræðinnar, t.d. í leikjum sem fela í sér stærðfræðilega úrvinnslu og þrautum þar sem reynir á sjálfstæða sköpun og hugkvæmni. Mikilvægt markmið með slíkri vinnu er að nemendur öðlist sjálfstraust til að reyna á eigin spýtur að skilja stærðfræðileg hugtök og leysa stærðfræðileg verkefni.

Áfangamarkmið við lok 7. bekkjar - Aðferðir Stærðfræði og tungumál

Stærðfræði er í eðli sínu tungumál og miðill hugmynda. Það er því mikilvægt að nemendur nái valdi á máli stærðfræðinnar til að skilja hugmyndir og geta miðlað þeim. Þeir þurfa að venjast því að lesa um stærðfræðileg efni á eigin spýtur til að geta leitað upplýsinga og tekið eigin ákvarðanir um viðfangsefni sín. Aukin myndræn framsetning á tölulegum gögnum í þjóðfélaginu gerir kröfur um læsi á slíka framsetningu.

Við allt nám er það mikilvæg krafa að nemendur komi hugmyndum sínum í skiljanlegan búning og gæti nákvæmni í málnotkun. Vönduð meðferð máls er mikilvæg þegar rætt er og ritað um stærðfræðilegt efni ekki síður en önnur efni. Liður í að þjálfa nemendur í að skilja hvað þeir eru að gera er að deila skilningnum með öðrum og hlusta á hugmyndir annarra. Við það skerpist og agast hugsun nemandans sjálfs og skilningurinn dýpkar.

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

geta lesið og skrifað tölur, töluleg gögn og stærðfræðilegan texta, nánar tiltekið

- geta lesið og skrifað heilar tölur, jákvæðar og neikvæðar
- geta lesið og ritað almenn brot og notað tuga-brotaríthátt
- þekkja rómversk talnatákn
- skilja og fara rétt með algeng stærðfræðiheiti og tákn, s.s. fyrir röðun, reikniaðgerðir og ferningsrót
- kunna að nota sviga í stærðfræðilegum texta og þekkja forgangsröð reikniaðgerða
- skilja og geta notað stærðfræðileg hugtök sem eru algeng í tengslum við framsetningu tölulegra gagna í almennum texta, s.s. „hækkun“, „hlutfallsleg lækkun“, „présentuhækkun“ og „-lækkun“, „frávik“ o.fl.

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

- geta lesið töflur og einföld línu- og súlurit um töluleg gögn, flokkað sjálfur einföld töluleg gögn, sett niðurstöður upp í töflur og sýnt þær á línu- eða súluriti, t.d. með því að nota töflureikni eða önnur forrit
- þekkja notkun skilgreininga í stærðfræði og gera sér nokkra grein fyrir gildi þeirra
- átta sig á þörfinni á sérstakri nákvæmni í stærðfræðilegum texta hvað varðar orðanotkun og meðferð stærðfræðilegra hugtaka og tákna
- gera sér grein fyrir sérstakri notkun samtenginganna „og“ og „eða“ í stærðfræðitexta og geta notað þær í eðlilegu samhengi
- geta lesið með skilningi allan stærðfræðitexta í námsefninu

geta gert sig skiljanlegan og tekið þátt í umræðum um stærðfræðileg efni, nánar tiltekið

- geta rætt við kennara, heimilisfólk og aðra nemendur um stærðfræðileg efni í því skyni að öðlast betri skilning, til dæmis með því að spyrja spurninga
- nýta sér stærðfræðileg hugtök og aðferðir við lausn verkefna í samvinnu við skólasystkin sín
- geta útskýrt munnlega niðurstöður sínar og aðferðir þannig að þær verði skiljanlegar öðrum, til dæmis með því að sýna með samblandi af töluðu máli, skýringarmyndum og táknum hvernig tiltekið verkefni er leyst
- geta gert skriflega grein fyrir niðurstöðum sínum í samfelldu máli sem er sambærilegt við almennan málproska og ritfærni 12 ára barna
- hafa tamið sér að teikna skýringarmyndir og skipulegan texta (mínispunkta) til að gera stærðfræðileg hugtök skiljanlegri bæði sjálfum sér og öðrum

Lausnir verkefna og þrauta

Fyrsta skrefið í því ferli að leysa þrautir felst í því að skilja verkefnið. Síðan er glímt við að koma almennu mæltu máli í stærðfræðilegan búning, þ.e. setja upp dæmi sem hugsanlega má leysa. Þetta má þjálfa með einföldum orðadæmum en auk þess eiga nemendur að fá að kljást við ögrandi viðfangsefni sem við fyrstu sýn gætu virst ófyrstíganleg. Þeir ættu að kynnst því að til eru aðferðir til að ráðast að vandanum. Oft má leysa verkefnin upp í víðráðanleg þrep. Þegar verkefni hefur verið leyst er það óaðskiljanlegur þáttur í ferlinu að prófa lausnina og túlka hana í samhengi við upphaflega verkefnið.

Takist nemandi að leysa þraut sem hann hefur glímt við getur það breytt viðhorfum hans til stærðfræði. Þannig getur hann farið að trúá á hana sem tæki til að leysa erfið verkefni og treysta sér til að fást á eigin spýtur við krefjandi viðfangsefni sem hæfa getu hans og varða hann einhverju.

Æskilegt er að viðfangsefni af þessu tagi séu opin að því leyti að hægt sé að þrjúna við þau. Verkefnið vekur aðrar spurningar og kalli á frekari athuganir. Oft er heppilegt að stofna til samvinnu um slík verkefni og nemendur skipti með sér verkum. Sjálfsagt er að beita reiknivélum þar sem við á til að auðvelda reiknivinnu og ýta undir frjálsar athuganir.

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

beita skipulegum aðferðum við lausnir verkefna og þrauta, nánar tiltekið

- átta sig á mikilvægi þess að kynna sér og skilja verkefnið til hlítar og hafa tamið sér að leita að spurningum og tilgátum sem skýra verkefnið
- kunna að nota ýmsar aðferðir sem geta hjálpað þegar hann rekur í vörðurnar, t.d. reyna við einfaldara skylt verkefni, athuga sértílik af verkefninu til að koma auga á mynstur eða reglu, setja dæmið á svið eða teikna myndir

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

- hafa tamið sér að prófa niðurstöður og reyna að draga frekari lærdóm af niðurstöðum og aðferðum, til dæmis með því að athuga hliðstæð verkefni þar sem forsendum hefur verið breytt

hafa öðlast færni til að takast á við stærðfræðileg verkefni og þrautir, nánar tiltekið

- geta sett ýmis verkefni í stærðfræðilegan búning sem nota má til að leysa verkefnið
- geta borið viðfangsefni saman við margvísleg verkefni sem hann hefur áður leyst
- geta túlkað niðurstöður úr reikningum eða röksemdafærslum sem lausn á upphaflegu verkefni
- hafa samið eigin þrautir
- hafa glímt í samstarfi við aðra við erfið stærðfræðiverkefni og lært að meta kosti samvinnu
- geta nýtt sér þau vinnubrögð sem hann hefur vanist í stærðfræði við lausnir ólíkra þrauta þannig að hann treysti sér til að nota þau einnig undir öðrum kringumstæðum

Röksamhengi og röksemdafærslur

Í stærðfræðinámi ætti að örva nemendur til að velta fyrir sér stærðfræðilegum hugtökum sem koma fyrir í náms-efninu og tengslum þeirra á milli, spyrja sjálfa sig spurninga um hugtökin og bera þau saman við önnur til að dýpka skilning sinn á þeim. Þáttur í því er að geta flokkað hugtök á rökréttan hátt og skilja að eitt hugtak getur verið sérhæfing á öðru hugtaki sem er þá alhæfing hins fyrra.

Nemendur þjálfa með sér rökfestu með því að gera grein fyrir hugsun sinni, aðferðum og lausnarleiðum í mæltu máli og skrifuðum texta með rökréttu samhengi. Sér í lagi fela venjulegar reikniáðferðir í sér röksamhengi sem nemendur þurfa að fá tóm til að tileinka sér til að skilja hvað þeir eru að gera.

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

gera sér grein fyrir mikilvægi röksemdafærslna í stærðfræði, nánar tiltekið

- geta fylgt einföldum röksemdafærslum eins og þær gerast í námsefni 7. bekkjar grunnskóla
- geta dæmt að nokkru marki um réttmæti röksemdafærslna, t.d. uppgötvað grófar rökvillur
- gera sér grein fyrir þýðingu mótdæma
- gera greinarmun á sennilegri tilgátu og rökstuddri niðurstöðu

geta beitt einföldum röksemdafærslum, nánar tiltekið

- geta rökstutt niðurstöður sínar og skýrt lausnarleiðir
- sjá röksamhengið í einföldum reikningsaðferðum
- geta flokkað hugtök eftir eiginleikum, t.d. í yfir- og undirflokk
- geta sett einfaldar röksemdafærslur fram skiljanlega og skýrt í mæltu og rituðu máli

geta sett saman og skilið rökyrðingar í eðlilegu samhengi, nánar tiltekið

- geta skeytt saman yrðingar með „og“, „eða“ og „ekki“, t.d. þegar valin eru gögn úr gagnagrunni eða rökkubbar flokkaðir eftir eiginleikum
- geta sett upp og fylgt einföldum reikniritum af nákvæmni og haldið rökréttu samhengi þannig að aðrir eigi auðvelt með að glöggva sig á því

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

Eitt meginhlutverk stærðfræðinnar í daglegu lífi er að lýsa, skýra og segja fyrir um fyrirbrigði náttúru og samfélags. Æskilegt er því að talsverður hluti af viðfangsefnum barna í stærðfræðinámi fjalli um raunveruleg fyrirbrigði. Það stuðlar að því að börnin tileinki sér eðlilegt jákvætt viðhorf til greinarinnar og öðlist sjálfstraust til að nota hana til að takast á við dagleg viðfangsefni og skilja umhverfi sitt. Saga stærðfræðinnar er hentugt tæki til að varpa ljósi á eðli hennar sem lifandi fræðigreinar og tengja hana öðrum námsgreinum og menningarþáttum.



Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

gera sér grein fyrir hvernig beita má stærðfræðilegum aðferðum í daglegu lífi og vera vanur að nota stærðfræði á öðrum sviðum, nánar tiltekið

- geta fært viðfangsefni úr daglegu lífi í stærðfræðilegan búning sem má nota til að leysa það og geta túlkað lausnina í samhengi við upphaflega viðfangsefnið
- kunna að gera sér stærðfræðileg hugtök skiljanlegri með því að setja þau í samband við hversdagslega hluti
- geta leyst verkefni sem snerta fjármál heimila og stálpaðra barna og notað til þess grundvallaratriði einfalds bókhalds, t.d. með hjálp töflureiknis
- geta beitt stærðfræði við kortalestur, úrvinnslu á áætlana- og stundatöflum og veðurlýsingum, mat á ferðakostnaði, umræðu um umhverfismál og á móta verkefni er varða samskipti einstaklings við samfélagið
- skilja að nota má stærðfræði til að lýsa náttúrunni og hafa notað algengar gagnalindir til að afla upplýsinga um breytingar á náttúruvörðum

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

- geta beitt stærðfræði á sviði heimilisfræði og handmennta af öryggi og hafa fengist við margháttuð verkefni um notkun stærðfræði á þessum sviðum
- þekkja margvíslega notkun stærðfræði í nútíma-þjóðfélagi, svo sem við hönnun mannvirkja og tækja, tryggingar, gagnavinnslu, mannfjöldaspár o.s.frv.

skilja hvernig stærðfræði er undirstaða mælinga í tíma og rúmi, nánar tiltekið

- skilja uppbyggingu metrakerfisins og tengsl þess við sætisrithátt, þekkja nokkrar algengustu einingar metrakerfisins (km, m, dm, cm, mm, l, dl, ml, kg, g, mg) í samhengi við eðlilega notkun í daglegu lífi og geta breytt á milli þeirra af öryggi
- geta notað aðrar mælieiningar og átta sig á að notkun eininga getur verið breytileg milli landa
- geta breytt á milli eininga og notað óstaðlaðar mælieiningar ef við á
- geta reiknað milli sekúndna, mínútna, klukku-stunda og daga af öryggi
- skilja tímamun milli ólíkra heimshluta og hafa fengist við verkefni sem fela í sér útreikninga á tímamun milli landa innan mismunandi tímabelta

gera sér nokkra grein fyrir sögu stærðfræðinnar, nánar tiltekið

- hafa unnið með nokkrar algengar gamlar mælieiningar, t.d. fet, alin, eykt, pela, pund o.s.frv.
- hafa kynnt sér samþættingu stærðfræði og skreytilistar í einhverri mynd
- hafa kynnt sér sögu ýmissa stærðfræðilegra hugtaka sem koma fyrir í skólanámsefni, s.s. sextugakerfis í samhengi við tímaútreikninga, skiptingu hringsins í gráður eða staðsetningu á hnettinum með lengdar- og breiddargráðum

Áfangamarkmið við lok 7. bekkjar - Inntak

Tölur

Talnaskilningur er ein meginundirstaða allrar stærðfræðikunnáttu. Við lok 7. bekkjar ættu nemendur að hafa góðan skilning á náttúrlegum tölum og tengslum milli talna, t.d. hvað það þýðir að ein tala gangi upp í annarri. Þeir ættu að skilja vel sætiskerfi talnaritunar, sér í lagi tugakerfi. Þeir ættu einnig að hafa allgóðan skilning á brotum, bæði almennum brotum og tugabrotum og þekkja vel til neikvæðra talna.



Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

kunna góð skil á náttúrlegum og ræðum tölum og þekkja heilar tölur, nánar tiltekið

- þekkja tengslin milli náttúrlegra talna og talningar og kunna ýmsar talningaraðferðir, svo sem að skipta því sem telja skal niður í minni hópa og telja innan hvers hóps
- vita hvenær tvö almenn brot eru jöfn, geta stytst og lengt almenn brot og fundið samnefnara brota
- geta raðað ræðum tölum, þ.e. geta raðað náttúrlegum tölum og tugabrotum af öryggi, kunna að raða almennum brotum og geta borið saman almenn brot og tugabrot
- þekkja jákvæðar og neikvæðar tölur í eðlilegu samhengi, t.d. á hitamæli og í notkun reiknivéla og þekkja röðun heilu talnanna

hafa kynnst einföldum hugtökum úr talnafræði, nánar tiltekið

- skilja hvað það þýðir að ein tala gangi upp í annarri
- átta sig á reglum um deilanleika talna með 2, 5, 9 og 10 og skilja af hverju þær gilda
- skilja hvað frumtala (prímtala) er og vita hvernig finna má lágstu frumtölurnar
- þekkja deilingu með afgangi

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

- þekkja minnsta samfeldi sem minnsta samnefnara tveggja talna
- kannast við stærsta samdeili sem stærstu styttingartölu tveggja talna
- hafa notað reiknivélar og tölvuforrit til að skoða eiginleika talnanna, s.s. deilanleika

hafa þekkingu á sætistalnakkerfi, einkum á tugakerfinu, nánar tiltekið

- skilja tugakerfið sem sætiskerfi og framsetningu ræðra talna með endanlegum tugabrotum
- geta breytt endanlegum tugabrotum í almenn brot og almennum brotum í tugabrot með gefinni nákvæmni (fjölda aukastafa)

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

Við lok 7. bekkjar ættu nemendur að hafa gott vald á almennum reikningi, hvort sem reiknað er á blaði, í huganum eða með reiknivél. Þeir ættu að geta valið þá aðferð sem á best við hverju sinni og notað námundunarreikning af skynsemi. Mikilvæg undirstaða þessa er að nemendur skilji reikniaðgerðirnar vel og tengslin á milli þeirra, t.d. að margföldun er endurtekin samlagning og hvernig frádráttur og deiling eru andhverfar aðgerðir við samlagningu og margföldun.



Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

hafa náð góðri færni í einföldum reikningi, nánar tiltekið

- geta lagt saman, dregið frá, margfaldað og deilt með náttúrulegum tölum af öryggi án aðstoðar reiknitækis og með tugabrotum þegar tölurnar eru einfaldar og koma upp í eðlilegu samhengi
- sýna fullt vald á margföldunartöflunni upp í $10 \cdot 10$
- geta notað reiknivélar til að leggja saman, draga frá, margfalda, deila og finna ferningsrót
- skilja reiknirit til að reikna með jákvæðum tölum sem settar eru fram í tugakerfi, þ.e. náttúrulegum tölum og tugabrotum, þar með talið þar sem þarf að fara yfir tug
- geta túlkað margföldun sem endurtekna samlagningu, veldi sem endurtekna margföldun og deilingu bæði sem endurtekinn frádrátt og skiptingu
- þekkja töluna núll sem hlutleysu í samlagningu og sérstöðu hennar í margföldun og deilingu og þekkja töluna einn sem hlutleysu í margföldun
- kunna nokkur skil á reikniaðgerðum með ræðum tölum, þ.e. skilja að þegar leggja á saman almenn brot þarf að gera þau samnefnd, geta margfaldað almennt brot með heilli tölu og skilja deilingu almenns brots með heilli tölu
- sýna tilfinningu fyrir tölum og stærðum þannig að hann geti lagt mat á hvort útkoma úr reikningsdæmi er sennileg
- kunna aðferðir til að prófa og meta útreikninga og leita að reiknivillum
- kunna að prófa frádrátt með samlagningu, samlagningu með frádrætti, deilingu með margföldun og margföldun með deilingu
- hafa kynnst töflureiknum

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

vera leikinn í hugarreikningi og námundunarreikningi, nánar tiltekið

- sýna leikni í hugarreikningi með heila tugi, hundruð og þúsund
- geta reiknað í huganum samlagningar- og frádráttardæmi með tveimur tveggja stafa tölum
- kunna að nota dreifireglu og fleiri reglur til að reikna í huganum margfeldi tveggja stafa tölu og eins stafs tölu
- geta notfært sér námundun til að breyta reikningsdæmi í hliðstætt dæmi með ámóta tölum sem nemandinn getur síðan reiknað í huganum
- kunna að nota slíkan námundunar- og hugarreikning til að meta trúverðugleika útkomu úr reikningsdæmi sem fengin er með öðrum hætti

vera fær um að velja reikniaðgerðir og mismunandi leiðir til að reikna, nánar tiltekið

- geta valið á milli reikniaðgerða við einföld verkefni í kunnuglegu samhengi
- gera sér grein fyrir hvenær borgar sig að finna nákvæma útkomu og hvenær nægir að finna námundunarútkomu
- geta metið með hve mikilli nákvæmni er skynsamlegt að reikna útkomu úr reikningsdæmi miðað við nákvæmni í tölunum sem reiknað er með, t.d. við mælingu flatarmáls
- gera sér grein fyrir hvenær borgar sig að reikna í huganum eða á blaði og hvenær betra er að grípa til reiknivélarinnar

Hlutföll og prósentur

Hugtakið hlutfall er meðhöndlað sérstaklega vegna þess hve mikilvægt það er og algengt í umræðu um hin ólíkustu mál. Skilningur á hlutfallshugtakinu byggist á góðum skilningi á tölum og rúmfræðilegum stærðum. Við lok 7. bekkjar er ætlast til þess að nemendur hafi kynnst hlutföllum í margvíslegu samhengi. Þeir skilji mælikvarða, t.d. á kortum og vinnuteikningum, hafi borið saman verð á vöru í ólíkum umbúðum, geti reiknað milli ólíkra gjaldmiðla og hafi kynnst hlutföllum í myndrænni framsetningu. Á þessum aldri er prósentuhugtakið kynnt og byggt upp með einfaldri notkun.



Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

kannast við hlutföll milli stærða og geta notað þau við útreikninga í einföldum hagnýtum dæmum, nánar tiltekið

- geta skýrt hlutföll með myndum, myndritum, tölum eða með ápreifanlegum hlutum
- geta fundið tiltekinn hluta af heild og fundið heild þegar tiltekinn hluti er þekktur
- geta skipt stærðum, fyrst ápreifanlegum hlutum en síðan tölum, í einföldum hlutföllum, t.d. 1:2 eða 2:3
- skilja hvað átt er við með mælikvarða og geta lesið vegalengdir af landakortum og vinnuteikningum í algengum mælikvörðum, t.d. 1:100 og 1:100.000
- geta leyst ýmis verkefni varðandi hlutföll, s.s. að stækka og smækka myndir eða mataruppskriftir, og gert einfaldar vinnuteikningar í algengum mælikvarða
- skilja gildi hlutfallareiknings til að bera saman sambærilegar stærðir, t.d. við innkaup eða í verðkönnun

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

- geta reiknað á milli eininga, t.d. mynteininga, og hafa reynslu af að reikna milli algengra erlendra gjaldmiðla og íslenskrar krónu
- hafa kynnt sér þátt hlutfalla í myndlist eða tónlist

kannast við prósentuhugtakið, nánar tiltekið

- skilja hvað orðið prósentu þýðir
- geta reiknað heiltöluprósentur af heild
- geta reiknað í huganum 1%, 5%, 10%, 25% og 50% af heilum hundruðum og þúsundum
- skilja prósentuhækkun og -lækkun og geta t.d. reiknað slík dæmi varðandi laun og verð, s.s. afslátt af vöruverði
- vita hvað þýðir að fá vexti af upphæð
- þekkja tengsl prósentu við almenn brot og tuga-brot og geta breytt þar á milli

Mynstur og algebra

Ekki er gert ráð fyrir að nemendur nái tókum á algebra sem tungumáli stærðfræðinnar fyrr en á mótum grunnskólans og framhaldsskólans. Til þess að það takist vel fást nemendur á yngri stigum við að leita mynstra og tjá sig um þau, fyrst í mæltu máli en síðan á formlegri hátt með táknum og draga saman í almenna reglu. Þeir æfa að greina og draga fram almennar reglur í talnareikningi og læra að þekkja tölur af eiginleikum þeirra. Bókstafir og önnur tákn sem staðgenglar fyrir tölur eru kynnt til sögunnar ásamt jöfnum og einföldum reiknireglum, t.d. fyrir flatarmál og rúmmál.



Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

geta unnið með mynstur í því skyni að segja fyrir um framhald þess og finna almenna reglu, nánar tiltekið

- geta dregið saman talnastæður sem fylgja ákveðnu mynstri í almenna reglu þar sem breytur eru táknaðar með bókstöfum eða öðrum táknum
- geta unnið með rúmfræðileg mynstur, t.d. reglur um ummál, flatarmál eða rúmmál einfaldra hluta, og átta sig á hvernig þessar stærðir breytast við breytingu á grunnstærðum

átta sig á einfaldri notkun bókstafa í stærðfræði, nánar tiltekið

- skilja hvernig má nota bókstafi sem staðgengla fyrir tölur
- skilja hvað það þýðir að leysa jöfnu og fara rétt með jafnaðarmerki
- geta leyst mjög einfalda jöfnu með einni óþekktri stærð
- ráða við margvísleg „orðadæmi“, þ.e. geta þytt upplýsingar yfir á stærðfræðilegt mál

gera sér grein fyrir helstu undirstöðureglum algebrunnar, nánar tiltekið

- gera sér meðvitaða grein fyrir því hvað er formlega líkt með ólíkum hugtökum, til dæmis samlagningu og margföldun, og þekki víxlreglur, tengireglur og dreifireglu fyrir samlagningu og margföldun
- geta notað þessar reglur við talnareikninga, t.d. í hugareikningi



Rúmfræði

Við lok 7. bekkjar ættu nemendur að þekkja algengustu hugtök rúmfræðinnar, átta sig á flatarmáli, rúmmáli og hornamáli og þekkja tengsl metrakerfisins við mælingu vökva og massa. Þeir átti sig á mismunandi víddum; punktur hefur enga vídd, lína hefur eina vídd, flötur tvær og rúmið þrjár víddir og tengi við mælingar á lengd, fleti og þrívíðum hlutum. Nemendur kynnist hnitakerfinu og kannist við nokkrar gerðir af rúmfræðilegum færslum. Þeir hafi einnig kynnst nokkrum undirstöðuatriðum í sígildri rúmfræði og geti notað þau í röksemdafærslum.

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

kunna skil á algengustu hugtökum sígildrar rúmfræði, nánar tiltekið

- þekkja almenn hugtök úr rúmfræði, s.s. punkt, línu, línustrik, horn, samsíða og hornréttar línur, grannhorn og topphorn
- þekkja ýmsar gerðir flatarmynda, s.s. þríhyrning, þ.m.t. rétthyrndan, jafnhliða og jafnarma þríhyrning, ferhyrning, fering og rétthyrning, trapisu, tígul, hring og hugtök honum tengd, s.s. geisla, þvermál og ummál
- þekkja nokkur einföld hugtök úr þrívíðri rúmfræði, s.s. tening, réttstrending, kúlu, sívalning, keilu og strýtu (píramída)
- geta lýst hvað felst í framangreindum hugtökum, bæði í mæltu máli og með teikningum og mótun forma, borið þau saman og flokkað

kunna skil á hugtökum og aðferðum varðandi mælingu flatarmynda og þrívíðra hluta, nánar tiltekið

- skilja hvernig mæla má lengdir með tölum ef lengdareining er gefin og gera sér grein fyrir útreikningum á ýmsum lengdum sem tengjast

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

flatarmyndum og þrívíðum hlutum, t.d. ummáli marghyrninga

- kunna að nota metrakerfið við mælingar á flatarmyndum
- þekkja hornamál og geta mælt horn í gráðum
- geta fundið flatarmál, þ.e. mælt flatarmál með rúðuneti, hafa tileinkað sér reglur um flatarmál rétt-hyrnings, þríhyrnings og hrings og geta beitt þeim
- geta fundið rúmmál, þ.e. mælt rúmmál með samanburði við einingarteninga, hafa tileinkað sér reglu um rúmmál réttstrendings og geta beitt henni
- þekkja samsvörun rúmmáls og mælieininga fyrir vökva og vita t.d. að 1 lítri samsvarar 1 dm^3 og 1 ml samsvarar 1 cm^3
- átta sig á yfirborðsmáli og geta fundið yfirborðsmál réttstrendings í eðlilegu samhengi, t.d. hve mikið efni þarf til að fódra kassa

þekkja undirstöðuhugtök hnitarrúmfræði og geta notað þau, nánar tiltekið

- þekkja talnalinuna og fjarlægð milli punkta á henni
- þekkja rétthyrnt hnitakerfi í sléttum fleti og hnit punkta
- þekkja lengdar- og breiddargráður sem hnit til að lýsa staðsetningu á jörðinni
- geta notað stefnu, mælda í gráðum, og fjarlægð til að lýsa afstöðu staða

kannast við nokkrar tegundir af rúmfræðilegum færslum og kunna að notfæra sér þær, nánar tiltekið

- þekkja stækkanir og smækkanir og hlutfallsmælikvarða, t.d. á landabréfum
- þekkja flutninga, svo sem hliðranir, speglanir og snúninga um helming og fjórðung úr hring, átta sig á hvernig þær gefa lýsingu á rúmfræðilegum

Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

samhverfum og endurtekningu í mynstrum og geta notað samhverfueiginleika til að leysa rúmfræðileg verkefni

- hafa séð dæmi um ólíkar leiðir til að þekja flöt með marghyrningum (leggja með flísum) og kynnt sér dæmi um samhverfur í skreytilist

Hafa kynnst nokkrum undirstöðuatriðum sígildrar rúmfræði og geta notað þau í útreikningum og röksemdafærslum, nánar tiltekið

- kunna að nota regluna um hornasummu í þríhyrningi, skýra hana og beita henni, t.d. í verkefnum um að þekja flöt með þríhyrningum
- átta sig á að öllum marghyrningum má skipta í þríhyrninga og að oft má álykta um eiginleika annarra marghyrninga út frá eiginleikum þríhyrninga, s.s. um hornasummu og flatarmál
- geta teiknað flatarmyndir með gefnum stærðum, t.d. þríhyrning með gefnum tveimur hornum og einni hlið og þríhyrning með tveimur hliðum og horninu á milli þeirra og átta sig á því að allir þríhyrningar með þessum tilteknu eiginleikum eru eins

Tölfræði og líkindafræði

Aukin notkun tölulegra upplýsinga í fjölmiðlum gerir auknar kröfur til fólks um að það skilji myndræna framsetningu tölulegra gagna. Með því að æfa sjálfir slíka framsetningu skilja nemendur hana betur og læra hvað ber að varast við ályktanir í því sambandi. Notkun töflu-reikna er kjörin til þessara hluta. Með hjálp þeirra geta nemendur ráðið við allstór og flókin gagnasöfn sem þeir hafa jafnvel sjálfir unnið úr kunnuglegu samhengi. Líkindahugtakið er þróað frá því að vera tilfinning fyrir því hvað gerist aldrei, sjaldan, oft eða alltaf til nákvæmrar tölulegrar framsetningar. Tengsl við hlutföll eru styrkt eftir því sem líður á námið.



Við lok náms í 7. bekk á nemandi að

þekkja ýmsar aðferðir til að vinna úr tölulegum gögnum og setja þau fram, nánar tiltekið

- þekkja og skilja nokkur einföld hugtök sem notuð eru til að lýsa gagnasöfnum, s.s. tíðni, meðaltal og miðgildi og geta fundið þessar stærðir fyrir gefin gagnasöfn
- geta notað tíðnitöflur, súlurit og línurit sem aðferðir til að setja fram töluleg gögn
- hafa safnað gögnum, valið heppilegt form til að flokka þau, s.s. töflur, töflureikni eða gagnagrunn, og valið framsetningu við hæfi eftir eðli og umfangi gagnanna
- geta dregið ályktanir af tölulegum gögnum og hafa kynnst því hvað varast þarf þegar slíkar ályktanir eru dregnar
- skilja að töluleg gögn eru stundum notuð til að gefa rangar og misvísandi upplýsingar

kunna skil á líkindahugtakinu, nánar tiltekið

- gera sér nokkra grein fyrir merkingu líkindahugtaksins og geta metið líkur með tilraunum í einföldum tilvikum
- geta notað mynt og ýmsa reglulega margflötunga sem verpla og tengt fjölda flata hvers verpils við líkur á einstökum viðburði
- átta sig á greinarmun á fræðilegum líkum og líkum sem leiddar eru af tilraunum
- geta reiknað út líkur í einföldum tilvikum þar sem einungis endanlega margar útkomur koma til greina

Prepamarkmið 5

Á 5. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- skrái niðurstöður mælinga og geri grein fyrir þeim munnlega, skriflega og á myndrænu formi
- kynnist venjum um lestur af klukku
- lesi stærðfræðitexta og geri skrá yfir hugtök sem hætta er á að ruglað sé saman
- geri grein fyrir aðferðum sínum við lausn verkefnis í mæltu máli
- riti greinargerð í samfelldu máli um aðferðir sínar við lausn verkefnis

Lausnir verkefna og þrauta

- temji sér að spyrja spurninga um verkefnið í því skyni að öðlast betri skilning á því
 - hvað segja forsendurnar?
 - hvað á að sýna?
- glími við flókin viðfangsefni með því að
 - setja þau á svið eða teikna myndir
 - búa til töflur
 - leita að mynstri eða reglu
 - giska á lausnir og prófa þær
 - vinna sig til baka
- temji sér að prófa lausnir í samhengi við upphaflegt verkefni
- temji sér, þegar lausn á þraut er fundin, að leita nýrra spurninga og hefja nýjar athuganir á skyldum viðfangsefnum
- fái tækifæri til að semja eigin þrautir
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Vinna sig til baka í verkefni eins og: Ég hugsa mér tölu, bæti 3 við og tvöfalda svarið. Útkoman er 14. Hvað tölu hugsaði ég mér? Prófa síðan svarið.
 - Venni vinur á 64 karamellur. Fyrst kemur Mummi meinhorn og tekur helminginn. Síðan gefur Venni Sólveigu helminginn af því sem hann á eftir. Um leið og Venni hefur gefið

Á 5. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Sólveigu karamellurnar birtist Mummi aftur og hrifsar helminginn af karamellunum sem Venni átti eftir. Hvað fær Venni sjálfur margar karamellur?

- Röksamhengi og röksemdafærslur**
- leiti mótdæma til að prófa lausnir, skilgreiningar og fullyrðingar
 - æfi einfaldar röksemdafærslur í mæltu og rituðu máli, t.d. út frá vinnu með áþreifanlega hluti
 - velji úr gagnagrunni gögn sem fullnægja tveimur skilyrðum samtímis (noti röktenginguna „og“)
 - búi til einfalt reiknirit, t.d. forrit fyrir leikfang eða leiðarlýsingu
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Leita mótdæma til að prófa fullyrðinguna: Allir réttthyrningar með sama ummál hafa sama flatarmál.
- Tengsl við daglegt líf og önnur svið**
- vinsi upplýsingar úr texta og setji upp dæmi
 - safni gögnum um tiltekið tímabil og spái um framvindu út frá þeim
 - reikni tímalengd úr áætlana- og stundatöflum
 - breyti milli algengra eininga í metrakerfi, s.s. m í cm og mm, kg í g og l í dl
 - kynnist talnaritun á þjóðveldisöld, sögu talnaritunar, rómverskum tölum og upphafi sætiskerfis
- Tölur**
- noti einföld brot í daglegu starfi
 - finni einingarbrot ($1/3$, $1/5$, $1/10$) af stærðum með einum og tveimur tölustöfum og tengi við raunveruleg viðfangsefni
 - mæli og lesi tugabrot með tveggja stafa nákvæmni
 - kynnist hugtakinu að ganga upp í
 - sannreyni að margföldun og deiling með 10 jafngildir færslu um eitt sæti í tugakerfinu

Á 5. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- breyti tugabrotum með einum aukastaf í almenn brot
- stytti og lengi almenn brot og átti sig á því að við það koma fram ólík heiti sömu tölu
- breyti einföldum almennum brotum í tugabrot, s.s. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{10}$

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- leggi tveggja stafa tölu við þriggja stafa tölu og dragi tveggja stafa tölu frá þriggja stafa tölu
- margfaldi tveggja stafa tölu með eins stafs tölu og deili í tveggja stafa tölu með eins stafs tölu
- leggi saman nokkrar þriggja stafa tölur á reiknivél og prófi svarið með námundun
- leggi saman tugabrot með einum aukastaf, t.d. lengdir mældar í cm, og finni mismun þeirra
- notfæri sér að annars vegar samlagning og frádráttur og hins vegar margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir til að prófa svör í útreikningum
- skoði hvernig tiltekna tölur raðast upp í mynstur í margföldunartöflunni og ræði hvers vegna sumar tölur koma oft fyrir en aðrar sjaldan
- margfaldi og deili í huganum innan $10 \cdot 10$ margföldunartöflunnar
- margfaldi og deili í tveggja og þriggja stafa tölur með 10
- finni í huganum summu og mismun tveggja stafa talna í eðlilegu samhengi
- námundi allt að þriggja stafa tölur að næsta tug

Hlutföll og prósentur

- beri hlutföll saman við helming
- finni 1%, 10% og 50% af heilum hundruðum
- kynnist því að 50% er helmingur
- skipti ápreifanlegum hlutum í gefnu hlutfalli, t.d. 2:3

Á 5. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Mynstur og algebra

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hver eftirtalinn hlutfalla eru minni en helmingur: Tveir af þremur? Tveir af fimm? Þrjú af sjö?
- búi til reglur um tölur þar sem er t.d. tvöfaldað, helmingað, lagt við eða dregið frá
- setji upp graf um samband tveggja stærða og lesi síðan milligildi af grafinu
- nefni óþekktar stærðir með bókstaf, t.d. til að búa til jöfnur um einföld talnasambönd
- kynnist því að víxla má tölum í samlagningu og margföldun en ekki í frádrætti og deilingu, gjarnan með aðstoð reiknivélar
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Nemandi hugsar sér reglu þar sem tala er tvöfölduð og síðan einn dreginn frá. Aðrir nemendur reyna að finna regluna með því að nefna honum tölu til að beita henni á.

Rúmfræði

- búi til einfaldar flatarmyndir og þrívíða hluti út frá gefnum upplýsingum og noti rétt hugtök
- velji heppileg mælitæki og einingar til að mæla lengd og mæli lengdir upp á millimetra
- noti cm^2 rúðunet og cm^3 einingarkubba til að ákvarða flatarmál og rúmmál
- noti hugtökin rétt horn, hvasst og gleitt horn, viti að rétt horn er 90° og að hringurinn er 360°
- noti hnit í fyrsta fjórðungi hnitakerfisins
- spegli einfaldar flatarmyndir um ás
- finni samhverfuás í tvívíðum og þrívíðum myndum
- kynnist snúningi um punkt og því að snúningur um punkt jafngildir speglunum um tvær línur sem liggja um sama punkt
- teikni þríhyrninga með réttu, hvössu og gleiðu horni

Á 5. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Tölfræði og líkindafræði

- noti hringfara til að teikna hring og kynnist mynstrum sem myndast þegar hring er velt eftir öðrum ferlum
- safni gögnum, flokki þau eftir tíðni og velji myndræna framsetningu
- noti hugtökin tíðni og meðaltal og reikni þessar stærðir í gefnu gagnasafni
- meti líkur út frá gefnum forsendum, t.d. þegar kúlur eru dregnar úr tilteknu safni
- skrái allar hugsanlegar útkomur á gefnum viðburði, t.d. þegar tveimur teningum er varpað
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Í poka eru 100 svartar kúlur og 200 hvítar. Dregin er ein kúla úr poka. Hvort eru meiri líkur á að kúlan sé svört eða hvít? Dregnar eru 30 kúlur úr poka. Hvað er líklegast að svartar kúlur séu margar og hve margar hvítar? Tilgátur má síðan bera saman við nokkrar endurtekna tilraunir.

Prepamarkmið 6



Á 6. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- fáist við verkefni um fjölgun og fækkun, hækkun og lækkun og ræði um hvað sé hlutfallslega „mikið“ í því sambandi
- noti dagatal og riti dagsetningar með algengum rithætti
- kynnist skilgreiningum á algengum rúmfræðihugtökum
- taki þátt í kynningu, einn eða með öðrum nemendum, á verkefni um stærðfræðilegt efni þar sem beitt er töluðu máli, texta og myndritum

Lausnir verkefna og þrauta

- temji sér að spyrja spurninga um verkefni í því skyni að öðlast betri skilning á því
 - hvað segja forsendurnar?
 - hvað á að sýna?
 - væri hægt að sjá niðurstöðurnar í hendi sér ef forsendunum væri breytt?
- glími við flókin viðfangsefni í samvinnu við aðra nemendur með því að
 - setja þau á svið eða teikna myndir
 - búa til töflur
 - leita að mynstri eða reglu
 - giska á lausnir og prófa þær
 - vinna sig til baka
 - reyna við einfaldara skylt verkefni
 - athuga sértílik
- temji sér að prófa lausnir í samhengi við upphaflegt verkefni
- leiti nýrra spurninga þegar lausn á þraut er fundin og hefji athuganir á skyldum viðfangsefnum
- glími við verkefni sem gera kröfur til frumkvæðis og hugkvæmni, t.d. á einhverju eftirtalinna sviða
 - viðfangsefni daglegs lífs
 - hönnun og handiðir
 - verkefni tengd umhverfi

Á 6. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- athuganir í raungreinum eða stærðfræði (talnafræði, rúmfræði)
- leikir og þrautir
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Gáta leyst með sviðsetningu:
Hvernig flutt skal yfir á úlfur, lamb og heypokinn?
Ekkert granda öðru má.
Eitt og mann tók báturinn.
 - Finna hve marga ólíka rétthyrninga má gera úr 24 ferningslöguðum flísum. Hvert er ummál þeirra og flatarmál?
 - Hanna tímamæli sem mælir eina mínútu úr einföldum hlutum.
 - Sautján sælgætismolum er skipt milli hóps og einn moli verður afgang. Hve margir gætu hafa fengið mola og hve mikið? En ef tveir molar voru afgang? En þrír?
 - Rita á tvær náttúrlegar tölur úr tölustöfunum 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hver stafur skal koma nákvæmlega einu sinni fyrir í hverri tölu og mismunur talnanna skal í mesta lagi vera 50.

- Röksamhengi** - uppgötvi grófar rökvillur
- og röksemda-**
- færslur**
- raði rökkubbum upp eftir eiginleikum
 - búi til einfalt reiknirit, t.d. í forritunarmálinu LOGO, eða röð fyrirmæla um verkefni daglegs lífs
 - æfi neitun við val á gögnum
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Gagnrýna röksemdafærsluna: Í keppni, þar sem allir leika við alla, þarf þrjá leiki fyrir þrjú lið. Þá þarf fimm leiki fyrir fimm lið.

Á 6. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Tengsl við daglegt líf og önnur svið**
- skoði áætlanir um almenningssamgöngur og geri áætlun um hve langan tíma ferð milli tiltekinnna staða tekur
 - beiti stærðfræði í öðrum námsgreinum, t.d. heimilisfræði eða handmennt
 - áætli stærðir í næsta nágrenni í staðaleiningum
 - breyti km í m, m í dm og cm, cm í mm og l í ml
 - kynnist skiptingu hringsins í 360° , sextugakerfi Babýloníumanna og notkun þess í skiptingu klukkustundarinnar í mínútur og sekúndur
- Tölur**
- sjái hvenær tvö almenn brot eru jöfn
 - raði tugabrotum eftir stærð
 - kynnist minnsta samfeldi tveggja talna með því að skoða samfeldi út frá mynstrum í margföldunar-töflum og ræði um hugtakið minnsta samfeldi í tengslum við samnefnara brota
 - skoði mynstur í 9 sinnum töflu og leiti skýringa á því að þversumman í 9 sinnum töflunni er alltaf 9
 - kynnist fyrstu 6-8 frumtölunum
 - kynnist deilingu með afgangi
 - breyti tugabrotum með tveimur aukastöfum í almenn brot
 - breyti einföldum brotum eins og $1/4$, $1/3$ og $3/4$ í tugabrot
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Nota einingarteninga til að reyna að raða allt að 20 teningum upp í rétthyrninga sem eru a.m.k. 2 teningar á breidd. Hvaða fjölda teninga er ekki hægt að raða upp í rétthyrninga?
 - Deilt er í allar náttúrlegar tölur frá 1 upp í 2000 með 7. Hver er summa afganganna? (Byrja má með færri tölur, t.d. fyrstu 20 tölurnar.)

Á 6. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- fáist við aðgerðir með heilum tölum með allt að fjögurra stafa útkomu, deilingu þó með eins stafs tölu
- kynnist hlutverki núllsins í samlagningu
- kynnist núlli í margföldun. $200 \cdot 0 = 0$. Hvað er þá $0/200$? En $200/0$?
- margfaldi og deili í tugabrot með einum aukastaf með heilli tölu
- reikni með tugabrotum í hagnýtum tilgangi, t.d. í tengslum við mælingar
- leggi saman samnefnd almenn brot og kynnist samlagningu mjög einfaldra ósamnefndra brota út frá myndrænni framsetningu
- noti reiknivélar við allan algengan reikning
- sjái að margföldun og deiling með 100 jafngilda færslu um tvö sæti í tugakerfi
- kynnist aðferðum við hugarreikning, s.s. að margfalda með 5 með því að tífalda og deila með 2
- þjálfist í að nota hugarreikning þegar það hentar og rita greinargerð um aðferðir sínar

Hlutföll og prósentur

- kynnist notkun orðsins hlutfall, t.d. í hlutfalli drengja á móti stúlkna í hóp eða hlutföllum í vinnuteikningum
- finni tiltekinn hluta af heild í eðlilegu samhengi
- umreikni verð í erlendum gjaldmiðli í íslenskar krónur og öfugt
- geri verðkönnun og beri saman verð, t.d. á 100 g af algengri vörutegund
- reikni 10%, 25% og 50% af stærðum í eðlilegu samhengi
- breyti prósentum í almenn brot

Mynstur og algebra

- vinni með ýmis talnamynstur, s.s. giska á reglu sem nemandi hefur hugsað sér

Á 6. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- setji tölur inn fyrir breytur í einföldum stæðum, t.d. $n/2$, $n+3$, $2n+1$...
- vinni að athugunum á reglum um ummál, flatarmál og rúmmál einfaldra hluta
- finni tölu sem x stendur fyrir í jöfnu, t.d. í $2 \cdot x + 3 = 11$
- noti víxlreglu, tengireglu og dreifireglu í hugarreikningi

Rúmfræði

- telji hliðar, brúnar og horn á margflötungum, t.d. á hinum fimm reglulegu margflötungum
- mæli rúmmál í ml
- teikni og mæli horn með a.m.k. 5° nákvæmni
- kanni hvaða reglulegir margflötungar geta þakið flöt
- vinni með hornasummu þríhyrnings
- teikni þríhyrning með gefnum stærðum, t.d. með gefnum tveimur hliðum og horninu á milli þeirra, mæli hin hornin og ræði hornasummu þríhyrnings

Tölfræði og líkindafræði

- finni meðaltal og miðgildi fyrir nokkur gagnasöfn og ræði hvor stærðin lýsir safni betur
- ræði rangar og misvísandi tölfræðilegar upplýsingar, t.d. með því að safna tölfræðilegum upplýsingum í fjölmiðlum um tiltekinn tíma
- noti mismunandi verpla, s.s. peninga, teninga, fjórflötunga, áttflötunga o.s.frv.
- noti tvo eða fleiri verpla, búi til töflu yfir hugsanlega viðburði, geri tilraunir með tiltekinn fjölda viðburða og beri saman við fræðilegar líkur

Prepamarkmið 7

Á 7. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- vinni með algengar rómverskar tölur, s.s. í blaðsíðutölum og ártölum
- beri saman breytingar á stærðum, t.d. fólksfjölda á mismunandi stöðum og meti mismun á hlutfallslegri breytingu
- finni ferningsrót af lágum ferningstölum
- þjálfist í notkun sviga, t.d. með því að búa til dæmi um talnastæður með svigum á ólíkum stöðum
- vinni greinargerð í samfelldu máli með útreikningum og skýringarmyndum, einn eða í samvinnu við aðra, um viðfangsefni af stærðfræðilegum toga
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hvort er meiri hlutfallsleg breyting, fjölgun um 100 íbúa í Kópavogi eða 10 íbúa á Kópaskeri?

Lausnir verkefna og þrauta

- temji sér að spyrja spurninga um verkefni í því skyni að öðlast betri skilning á því
- glími við flókin viðfangsefni með því að
 - setja þau á svið eða teikna myndir
 - búa til töflur
 - leita að mynstri eða reglu
 - giska á lausnir og prófa þær
 - vinna sig til baka
 - reyna við einfaldara skylt verkefni
 - athuga sértílvik
 - brjóta þau niður í smærri þætti
- temji sér að prófa lausnir í samhengi við upphaflegt verkefni
- temji sér, er lausn á þraut er fundin, að leita nýrra spurninga og hefja frekari athuganir á skyldum viðfangsefnum
- glími í samvinnu við aðra við verkefni sem gera kröfur til frumkvæðis og hugkvæmni
- geti sett upp dæmi og túlkað niðurstöður

Á 7. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - (Búa til töflu.) Gera rétthyrnda öskju (réttstrending) með því að klippa ferninga út úr hornum A-4-arkar og brjóta hliðarnar upp. Hve stórir eiga ferningarnir að vera til að askjan taki sem mest?
 - (Setja á svið.) Bjarni er stærri en Vala, Jakob er jafnstór Völu, Nanna er stærri en Jakob, Tómas er stærri en Bjarni, Jakob er stærri en Pétur og Bjarni er stærri en Nanna. Hvert barnanna er stærst?
 - Sex peningar vega 5 g hver og tveir peningar vega 6 g hvor. Sýna á fram á að með því að nota skálavog fimm sinnum sé hægt að finna hve mikið hver peningur vegur.
 - Nota vasareikna við athugunarverkefni, t.d. athuga hvaða tala margfölduð með sjálfri sér kemst næst því að verða 20, 200 eða 2000.
 - Tening úr osti á að skera niður í átta jafnstóra teninga. Hve fáa hnífskurði er hægt að komast af með?
 - Í EES eru 18 ríki. Hvert ríki hefur sendiherra í hverju hinna aðildarríkjanna. Hve margir eru sendiherrarnir alls?

- Röksamhengi og röksemda-færslur**
- ræði um sennilegar tilgátur og rökstuddar niðurstöður
 - flokki hugtök, s.s. ferhyrninga, rétthyrninga, sam síðunga, tígla og ferninga, í yfir- og undirflokk
 - vinni með samtenginguna „eða“ í merkingunni „og/eða“ við val úr gagnasafni
 - setji upp einfalt reiknirit, t.d lýsi leið um gatnakerfi í nágrenni skólans þannig að aðrir nemendur geti áttað sig á hver áfangastaðurinn er
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Sennileg tilgáta: Börn, sem eru yfir 4 kg að þyngd við fæðingu, eru líkleg til að verða yfir meðalhæð þegar þau eru fullvaxin. Hvernig má komast að rökstuddri niðurstöðu um þessa tilgátu?

Á 7. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

- setji stærðfræðileg hugtök í samband við hversdagslega hluti, t.d. túlki dæmið $2/0,5$ þannig að spurt sé hve margar hálfslíttra fernur þurfi til að fá tvo lítra af rjóma
- setji upp og haldi mánaðarþáttur fyrir sjálfan sig
- setji upplýsingar um náttúrufræðilega inn í töflu-reikni eða gagnagrunn í því skyni að setja þær fram á myndrænan hátt
- reikni út tímamun milli ólíkra heimshluta
- kynnist algengum mælieiningum í öðrum löndum, s.s. mílum, fetum, pundum og fjórðungum
- venjist því að áætla í staðaleiningum, s.s. metrum, grömmum og lítrum
- vinni með algengustu einingar metrakerfisins og reikni milli tímaeininga af öryggi
- vinni þemaverkefni um sögu stærðfræðinnar, t.d. um sögu tugabrotsrítháttar, einingarbrot meðal Forn-Egypta eða hvernig fletir eru þaktir með marghyrningum í skreytilist

Tölur

- beri saman almenn brot og tugabrot
- raði almennum brotum eftir stærð, sér í lagi einingarbrotum
- vinni með neikvæðar tölur
- rannsaki deilanleika með 9, skoði tengslin milli 3 sinnum tölunnar og 9 sinnum tölunnar og átti sig á hvers vegna 9 ganga upp í tölu ef níu ganga upp í þversummu hennar
- finni stærsta samdeili sem styttingartölu og ræði hvers vegna brot með sumum nefnum styttest en ekki með öðrum
- vinni með afgang (leif) við deilingu
- breyti almennu broti í tugabrot, skoði á vasareikni óendanleg tugabrot eins og $2/3$, $5/6$, $3/11$, $5/37$, $32/37$ og ræði um hvað ræður lengd lotnanna sem koma fram í tugabrotsteygðunum

Á 7. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hver er minnsta tala sem er þannig að þegar í hana er
 - deilt með 3 ganga 2 af,
 - deilt með 5 ganga 4 af
 - og deilt með 7 ganga 6 af?

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- margfaldi fjögurra stafa tölu með allt að tveimur aukastöfum með eins stafs tölu
- deili með eins stafs tölu í fjögurra stafa tölu með allt að tveimur aukastöfum
- reikni með einföldum neikvæðum tölum í eðlilegu samhengi, t.d. hitastigsbreytingar og fjarlægð yfir og undir sjávarmáli
- margfaldi og deili í fjögurra stafa tölur með tveggja stafa tölum í reiknivél og áætli svarið með námundun
- kynnist forgangsröð aðgerða
- leggi saman og finni mismun fremur einfaldra ósamnefndra brota
- margfaldi og deili eins stafs tugveldatölum í huganum, s.s. $70 \cdot 500$ og $800:20$
- kynnist aðferðum við hugarreikning, s.s. að margfalda með 8 með því að tvöfalda þrisvar
- námundi hvaða tölu sem er að næsta tug eða hundraði eftir því sem við á og noti til að áætla svar í samlagningu og frádrætti
- kynnist óvissu í mældu flatarmáli, s.s. að flatarmál íbúðar er nægilegt að reikna í heilum m^2
- þjálfist í að setja upp dæmi og velja aðgerðir

Hlutföll og prósentur

- teikni uppdrátt í réttum hlutföllum, t.d. 1:10 eða 1:100
- breyti mataruppskrift t.d. fyrir 6 í uppskrift fyrir 20
- skoði hlutföll í myndlist og byggingarlist, s.s. gullinsniðshlutfallið

Á 7. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Mynstur og algebra

- finni hluta af heilum tölum, t.d. $2/5$ hluta af 20
- reikni brot og prósentur af heilum stærðum, t.d. afslátt eða vexti, og grípi til vasareiknis ef þörf er á
- haldi áfram með og lýsi fremur flóknum reglum til að velja tölur, t.d. rununa 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ...
- dragi saman almenna reglu út frá athugunum á röð af dæmum
- setji upp einföld föll og teikni gröf þeirra
- noti dreifireglu til að margfalda tveggja stafa tölur með eins stafs tölu í huganum
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Athuga hvernig flatarmál og ummál réttthyrnings breytast þegar hliðar hans eru margfaldaðar með 1, 2, 3, 4 ..., t.d. með því að nota tölflureikni.
 - Athuga hvernig yfirborð lengju, sem gerð er úr einingarteningum, breytist með lengd hennar. Draga saman reglu um yfirborð lengju úr n teningum. Bæta má við verkefnið með því að breyta brúnalengd teninganna.

Rúmfræði

- ræði um hugtakið línu, að hún sé óendanlega löng og skurðpunkta hennar við aðrar línur og hvaða munur er á línu og striki
- reikni ummál og flatarmál flatarmynda; kunni og geti notað reglur um flatarmál réttthyrninga, þríhyrninga og ferninga; hafi unnið athugunarverkefni um ummál og flatarmál hrings
- reikni rúmmál teninga, réttstrendinga og þrístrendinga og telji út yfirborð
- kynnist tengslum milli rúmmáls mælds í cm^3 og millilítrum og dm^3 og lítrum í athugunarverkefnum
- mæli og teikni horn að næstu heilli gráðu
- vinni með 8 áttir áttavítans

Á 7. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- finni staðsetningu á landakorti út frá lengdar- og breiddargráðum og út frá stefnu og fjarlægð frá gefnum punkti
- finni samhverfuás, samhverfluöt og snúningsmiðu í margvislegum tvívíðum og þrívíðum hlutum
- teikni þríhyrninga með gefnum stærðum
- athugi eiginleika marghyrninga, s.s. hornasummu og flatarmál, út frá þríhyrningum
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hvað geta tvær línur í mesta lagi haft marga skurðpunkta? En þrjár línur? Fjórar línur? Fimm línur? Í framhaldi af því: Þrjú menn eru á fundi og kveðjast með handabandi. Hvað verða handtökin mörg? Fjórir menn? Fimm menn?
 - Teikna þríhyrning með gefnum hliðum 5 og 10 cm og 60° horni á milli þeirra. Mæla hin hornin og hliðina á milli þeirra. Teikna spegilmynd þríhyrningsins um þriðju hliðina og ræða eiginleika nýja þríhyrningsins.

Tölfræði og líkindafræði

- setji gögn inn í og geri fyrirspurnir til tölvuunnings gagnasafns og dragi ályktanir af svörum
- kynnist því að endurtekin tilraun getur gefið ólíkar útkomur
- átti sig á að séu allir n mögulegir viðburðir taldir jafnlíklegir þá eru líkur á hverjum þeirra $1/n$ og að í mörgum tilvikum eru líkurnar ekki jafnar; t.d. eru líkur á að vinna handboltaleik ekki endilega $1/3$ (sigur, tap, jafntefli)
- átti sig á hvaða aðrir þættir geta haft áhrif á líkur á viðburðum
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Draga ályktanir af mannfjöldatölum á fyrri tímum um áhrif farsóttá, harðinda, náttúruhamfara eða breyttra atvinnuhátta.



STÆRÐFRÆÐI Í 8.-10. BEKK

Inngangur

Á unglíngastigi hafa margir nemendur náð góðu valdi á óhlutbundinni hugsun. Samt sem áður þarf að gæta tengingar við fyrri reynslu þegar unnið er með ný hugtök og aðferðir og oft getur verið gagnlegt að teikna myndir og grípa til áþreifanlegra hluta til skýringa. Mikilvægt er að nemendur fái viðfangsefni sem hafa merkingu í huga þeirra. Á þessu stigi snýst vinna nemenda um ýmis óhlutbundin hugtök, s.s. frumtölur og atriði í algebru, sem má gera aðgengileg með því að tengja þau kunnuglegu efni.

Þegar nálgast lok skyldunáms verður krafan um góða þekkingu og skilning á helstu þáttum stærðfræði áþreifanlegri en á yngri stigum. Ætlast er til þess að nemendur þekki vel til helstu hugtaka og aðferða talnafræði, reiknings, algebru, rúmfræði, tölfræði og líkindafræði við lok unglíngastigs. Einnig ættu þeir að hafa öðlast sjálfstraust til að leita lausna ýmissa samsettra viðfangsefna og færni til að tjá sig munnlega og skriflega um niðurstöður. Nemendur skulu setja úrlausnir sínar fram á skýran og rök réttan hátt og beita til þess táknmáli stærðfræðinnar af öryggi. Meginmarkmiðið er að nemandinn nái valdi á stærðfræðilegri hugsun og liður í þeirri þjálfun er að hann temji sér að tjá hugsun sína með skýrum hætti. Jafnframt er tímabært að nemendur kynnist stærðfræðinni sem fræðigrein og fái innsýn í þau vinnubrögð sem einkenna hana, nákvæmni í skilgreiningum, skýran rökstuðning og formlegar sannanir.

Nemendur ættu að fá tækifæri til að vinna, einir og með öðrum, að raunhæfum verkefnum sem fela í sér athuganir, stærðfræðilega úrvinnslu og túlkun niðurstaðna.

Einnig ætti hver nemandi að fá að glíma við krefjandi og ögrandi stærðfræðilegar þrautir sem höfða til frumkvæðis hans og sköpunarþarfar og kynnast skemmtigildi stærðfræðinnar, t.d. með því að fást við leiki, þrautir og afþreyingu sem felur í sér stærðfræðilega hugsun.

Gæta þarf að þætti tækninnar við stærðfræðinámið. Sé horft til þess megintilgangs náms í grunnskóla að búa einstaklinginn undir líf og starf í nútímaþjóðfélagi og undir framhaldsnám ætti upplýsingatækni að vera virk stoð við nám í stærðfræði. Notkun reiknivéla er sjálf-sagður þáttur í öllu stærðfræðinámi. Sérhönnuð forrit til stærðfræðikennslu og almenn notendaforrit, s.s. töflu-reiknar, bjóða upp á leiðir til stærðfræðilegra tilrauna sem annars væri ekki völ á.

Áfangamarkmið við lok 10. bekkjar - Aðferðir Stærðfræði og tungumál

Á unglingastigi ættu vinnubrögð, sem þjálfar nemendur í að hlusta, lesa, skrifa og tala um stærðfræði, að vera samofin stærðfræðináminu. Nemendur ættu að öðlast leikni í að finna svör og sýna útreikninga á skipulegan hátt en þeir þurfa enn fremur að geta tjáð sig um úrlausnir og hlustað á sjónarmið annarra og á þann hátt dýpkað skilning sinn á eðli viðfangsefnanna.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

geta lesið og skrifað tölur, tölulegar upplýsingar og stærðfræðilegan texta, nánar tiltekið

- sýna vald á venjulegum talnarithætti sem notaður er í samfélaginu, lesa og rita af öryggi almenn brot og tugabrot og sýna vald á veldarithætti talna og bókstafa og prósenturithætti
- geta lesið úr rómverskum talnatáknum og ritað með þeim algengar tölur, t.d. ártöl
- skilja og fara rétt með algeng stærðfræðiheiti og tákni, s.s. fyrir röðun, aðgerðir, neikvæðar tölur, veldi og ferningsrót
- kunna að nota sviga í stærðfræði og þekkja forgangsroð reikniaðgerða
- hafa skilning á notkun bókstafa sem staðgengla fyrir tölur
- skilja og nota rétt stærðfræðileg hugtök sem algeng eru við framsetningu tölulegra gagna í almennum texta, s.s. „hækkun“, „hlutfallsleg hækkun“, „prósentulækkun“ og „-hækkun“, „frávik“ o.fl.
- lesa töflur, línurit, súlurit, skifurit og önnur myndrit sem notuð eru í samfélaginu og setja fram tölulegar upplýsingar á skipulegan hátt, t.d. í töflum og myndritum, með því að nota tölvur ef við á
- hafa kynnst hvernig orðum og orðasamböndum er gefin nákvæm merking með skilgreiningum og gera sér grein fyrir hlutverki þeirra og mikilvægi
- átta sig á þörf á nákvæmni í stærðfræðilegum texta hvað varðar orðanotkun og meðferð stærðfræðilegra hugtaka og tákna og hafa kynnst sérstakri málnotkun í stærðfræði sem tíðkast ekki í daglegu tali, s.s. „og“ og „eða“
- lesa með skilningi allan stærðfræðitexta í náms-efni grunnskóla

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

geta tjáð sig skilmerkilega og tekið þátt í umræðum um stærðfræðileg efni, nánar tiltekið

- geta spurt spurninga og tekið þátt í samræðum um stærðfræðileg efni í því skyni að öðlast betri skilning á hugtökum og aðferðum og gera sér grein fyrir að samræða við annað fólk um stærðfræðileg efni er mikilvægur þáttur í að öðlast slíkan skilning
- geta útskýrt bæði munnlega og skriflega hugtök, aðferðir, niðurstöður og eigin lausnir á verkefnum og nota skýringarmyndir og tákni eftir því sem við á
- geta ritað samfelldan texta um stærðfræðileg efni, t.d. útskýringar á sínum eigin lausnum, sem er sambærilegur við skrif hans um önnur efni með tilliti til málproska og ritfærni
- hafa tamið sér að skrifa minnispunkta og teikna skýringarmyndir um stærðfræðilegt efni hvort sem er handa sjálfum sér eða fyrir aðra í því skyni að auka skilning sinn á stærðfræðilegum verkefnum og hugtökum og koma hugsunum sínum í skipulegra horf
- átta sig á að til að stærðfræðilegur texti verði allt í senn skiljanlegur, skýr og rökréttur er nauðsynlegt að nota táknmál stærðfræðinnar í bland við venjulegt mál og að vönduð meðferð máls er ekki síður mikilvæg í texta um stærðfræðilegt efni en í öðrum texta

Lausnir verkefna og þrauta

Á unglíngastigi ættu nemendur að hafa öðlast góða þjálfun í viðurkenndum aðferðum við lausn ýmissa þrauta og verkefna. Gildir það bæði um hefðbundin orðadæmi og viðamikil samsett úrlausnarefni sem þarfnast yfirlegu og jafnvel samvinnu nemenda. Hver og einn nemandi ætti að hafa fengið tækifæri til að fást á eigin spýtur við erfið og krefjandi verkefni sem hæfa getu hans. Nemendur hafi kynnst því að einnig má draga lærdóm af röngum niðurstöðum og fá trú á stærðfræði sem tæki til að leysa erfið verkefni. Markmiðið er að nemendur skilji að unnt er að leysa verkefni af margs konar tagi þótt ekki liggi leiðbeiningar fyrir um hvernig tiltekið verkefni skuli leyst.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

hafa lært skipulegar aðferðir við lausnir þrauta og geta beitt slíkum aðferðum við lausn verkefna á öðrum sviðum en stærðfræði, nánar tiltekið

- gera sér grein fyrir mikilvægi þess að kynna sér og skilja verkefnið til hlítar og spyrja í þeim tilgangi spurninga um hvað skipti máli, hvað sé gefið, hvers eigi að leita og setja fram tilgátur um lausnaleyðir
- hafa kynnst nokkrum aðferðum sem geta hjálpað þegar hann rekur í vörðurnar, t.d. prófa að leysa einfaldara dæmi fyrst, athuga sértílvik af almennum verkefnum til að koma auga á mynstur eða reglu, setja dæmið á svið, teikna myndir, vinna sig til baka eða bæta við forsendum
- hafa kynnst því hvernig þrautir eru leystar með rakningu eða þrepun
- hafa tamið sér að prófa niðurstöður og reyna að draga frekari lærdóm af niðurstöðum og aðferðum, til dæmis með því að athuga hlíðstæð verkefni þar sem forsendum hefur verið breytt

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

hafa öðlast færni til að takast á við stærðfræðileg verkefni og þrautir, nánar tiltekið

- geta rakið sig frá raunverulegu úrlausnarefni þannig að hann skilgreini það, finni þau stærðfræðilegu tæki (tákn, hugtök, reglur) sem skynsamlegt er að beita, stilli þau saman, búi til aðferð sem gefur lausn og túlki lausnina svo í eðlilegu samhengi
- geta gripið til þekkingar á margvíslegum dæmategundum og lausnaraðferðum og prófað ýmsar áætlanir sem gætu leitt til lausnar
- geta samið eigin þrautir og hafa þjálfast í því að koma auga á verkefni í umhverfinu sem bjóða upp á stærðfræðilegar lausnir
- hafa þjálfast í samstarfi við aðra í glímu við krefjandi stærðfræðiverkefni við hans hæfi og kynnst kostum samvinnu
- geta nýtt sér þau vinnubrögð sem hann hefur vanist í stærðfræði við lausnir ólíkra þrauta þannig að hann treysti sér til að nota þau einnig undir öðrum kringumstæðum

Röksamhengi og röksemdafærslur

Ein meginundirstaða stærðfræðinnar sem fræðigreinar er röksemdafærsla. Allar niðurstöður hennar eru staðfestar með sönnunum sem byggjast á skýrum forsendum, skýrt afmörkuðum hugtökum og rökum. Á síðustu þrepum grunnskólans eru margir nemendur orðnir móttækilegir fyrir því að kynnst algengri tækni við stærðfræðilegar sannanir. Það má auðveldlega gera með því að rekja nokkur dæmi um slíkt, svo sem sönnunina um að frumtölur eru óendanlega margar eða að $\sqrt{2}$ er óræð tala.

Á þessu stigi er ekki of snemmt fyrir nemendur að kynnst því að stærðfræðin er lifandi fræðigrein þar sem rannsóknir eru stundaðar. Í því skyni má kynna fyrir þeim ýmis viðfangsefni stærðfræðinnar sem eru óleyst þrátt fyrir einfalda og skýra framsetningu.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

gera sér grein fyrir mikilvægi röksemdafærslna í stærðfræði, nánar tiltekið

- geta fylgt einföldum röksemdafærslum, sambærilegum við þær sem eru í námsefni grunnskóla
- geta dæmt að nokkru marki um réttmæti röksemdafærslna og komið auga á rökwillur
- gera sér grein fyrir þýðingu mótdæma og hafa tamið sér að prófa tilgátur, fullyrðingar og réttmæti röksemdafærslna með samanburði við staðreyndir
- gera greinarmun á sennilegri tilgátu og rökstuddri niðurstöðu og gera greinarmun á strangri röksemdafærslu og lauslegum rökstuðningi

geta beitt einföldum röksemdafærslum, nánar tiltekið

- geta rökstutt niðurstöður sínar og skýrt lausnarleiðir
- sjá röksamhengið í algengum reikningsaðferðum
- geta flokkað hugtök eftir eiginleikum í yfir- og undirflokkum
- geta sett fram einfaldar röksemdafærslur bæði í mæltu og rituðu máli á skiljanlegan og skýran hátt og gætt fyllstu nákvæmni
- kannast við aðferð sem beitt er til að hafna tilgátu, þ.e. að sýna að ef hún væri sönn þá kæmi fram mótsögn

geta sett saman og skilið rökyrðingar í eðlilegu samhengi og átta sig á notkun reiknirita, nánar tiltekið

- geta skeytt saman yrðingar með „og“, „eða“, „ekki“ og „ef ... þá ...“, t.d. við val eða leit í gagna-grunnum og í einföldum forritunarverkefnum
- geta fundið sanngildi einfaldra samsettra yrðinga
- geta sett upp og fylgt einföldum reikniritum, gera sér grein fyrir notkun „ef ... þá ...“ skilyrða í reikniritum og hafa skilning á mikilvægi nákvæmni í framsetningu og við vinnslu reiknirita

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

- þekkja dæmi um skilmerkilega fram sett reiknirit til lausnar tiltekins verkefnis
- átta sig á að sýna þarf fram á að reikniritið leiði í öllum tilvikum til þeirrar niðurstöðu sem til er ætlast

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

Stærðfræðileg hugsun, hugtök, lögmál og stærðfræðilegar aðferðir felast í mörgum athöfnum mannsins í leik og starfi. Þess vegna er mikilvægt að tengja stærðfræðinámið raunverulegum verkefnum af sviðum sem nemendur þekkja til. Gæta þarf þess að verkefnið, sem fengist er við, séu einnig fræðandi og vikki sjóndeildarhring nemandans. Fram ætti að koma hversu hagnýt stærðfræðipækking getur verið á mörgum sviðum þjóðfélagsins og hve stærðfræðin er oft vel fallin til að lýsa fyrirbærum og skýra þau. Saga stærðfræðinnar er hentug til að varpa ljósi á það hvernig hún er öðrum þræði sprottin af þörf mannsins fyrir að skilja umhverfi sitt. Markmiðið er að nemandinn öðlist sjálfstraust til að beita stærðfræði af öryggi í daglegu lífi og geri sér grein fyrir því að góð stærðfræðikunnátta er mikilvægur þáttur í almennri lífsleikni.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

gera sér grein fyrir því hvernig beita má stærðfræðilegum aðferðum í daglegu lífi, hvaða aðferðir úr stærðfræði henta best hverju sinni og vera vanur að nota stærðfræði á öðrum sviðum, nánar tiltekið

- kunna að þýða verkefni úr daglegu lífi yfir á táknaál stærðfræði, hafa næga kunnáttu til að leysa algengar tegundir slíkra verkefna og geta túlkað lausn stærðfræðiverkefnisins sem lausn á upphaflega verkefninu
- geta gert sér stærðfræðileg hugtök skiljanlegri með því að setja þau í samband við hversdagslega hluti
- geta notað stærðfræði til að henda reiður á eigin fjármálum og fjármálum heimilis, þekkja einföld atriði í bókhaldi og hafa kynnst notkun töflureiknis í slíkum verkefnum
- geta beitt stærðfræði við verkefni sem varða samskipti hans við samfélagið, svo sem við áætlanagerð út frá gefnum upplýsingum (t.d. ferðaáætlun út frá landakortum, áætlan- og verðtöflum), umræðu um stjórnsmál, umhverfismál, kjaramál og þviumlíkt.
- hafa kynnst því hvernig stærðfræði er notuð til að lýsa fyrirbærum í náttúrunni og hafa nægjanlega stærðfræðikunnáttu til að geta nýtt sér og skilið almennar upplýsingar um náttúrufar, s.s. almanök, flóðtöflur og veðurspár
- geta beitt stærðfræði í öðrum námsgreinum, s.s. heimilisfræði og handmennt, af öryggi
- hafa séð dæmi um og unnið verkefni sem tengjast margvíslegri notkun stærðfræðinnar í nútímaþjóðfélagi, s.s. við hönnun mannvirkja og tækja, tryggingar, gagnavinnslu, mannfjöldaspár o.s.frv.

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

skilja hvernig stærðfræði er undirstaða mælinga í tíma og rúmi, nánar tiltekið

- þekkja uppbyggingu metrakerfisins, skammstafanir og heiti þess, geta breytt á milli eininga af öryggi og átta sig á tengslum metrakerfisins við tugakerfið
- þekkja aðrar algengar mælieiningar, t.d. pund og fet, og vita að notkun eininga getur verið breytileg milli landa, geta reiknað á milli þeirra og metrakerfisins og notað óstaðlaðar einingar ef við á
- hafa fullt vald á meginatriðum tímatalansins og geta reiknað á milli tímaeininga og tímalengd milli tveggja gefinna tímamarkna

gera sér einhverja grein fyrir sögu stærðfræðinnar, nánar tiltekið

- hafa kynnst dæmum um hvernig stærðfræði er öðrum þræði sprottin af tilraunum manna til að skilja umhverfi sitt og koma skipulagi á vitneskju sína
- þekkja til sögu ýmissa stærðfræðilegra hugtaka sem koma fyrir í náminu, s.s. frumtalna, π og reglu Pýþagórasar
- hafa kynnst því að í íslenskum fornitum eru merkfræði um tímatal

Áfangamarkmið við lok 10. bekkjar - Inntak Tölur

Við lok grunnskólanáms ættu nemendur að hafa góðan skilning á heilum og ræðum tölum. Þeir átti sig á tengslum milli heilla talna, t.d. deilanleika, og skilji vel sætiskerfi talnaritunar. Þeir hafi einnig nokkra hugmynd um rauntölur.

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

kunna góð skil á náttúrlegum, heilum og ræðum tölum, nánar tiltekið

- hafa gott vald á röðun heilla talna
- hafa skilning á muninum á jákvæðum og neikvæðum tölum og kunna formerkjareglur
- vita hvenær tvö almenn brot eru jöfn, geta stýtt og lengt almenn brot og fundið samnefnara
- hafa gott vald á röðun ræðra talna, bæði almennra brota og tugabrota, og hafa kynnst tengslum röðunar við reikniaðgerðir, t.d. ef $a < b$ og $c > 0$ þá er $ac < bc$ og ef $c < 0$ þá er $ac > bc$
- kunna veldareglur um heiltöluveldi

hafa kynnst nokkrum hugtökum úr talnafræði og kunna að umgangast þau, nánar tiltekið

- vita að ein tala gengur upp í aðra ef allir frumþættir hinnar fyrri eru fólgnir í hinni seinni
- hafa kynnst og áttað sig á reglum um deilanleika talna með 2, 3, 4, 5, 9 og 10 og hafa skilning á af hverju þær gilda
- þekkja frumtölur (prímtölur) og þáttun talna í frumþætti (prímþætti), vita hvernig má finna lægstu frumtölnar og geta leyst lágar tölur upp í frumþætti
- hafa séð sönnun á því að til eru óendanlega margar frumtölur
- þekkja stærsta samdeili og minnsta samfeldi tveggja talna

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

hafa góða þekkingu á sætistalnaritun, einkum á tugakerfinu, og reikningi með tölum í tugakerfi, nánar tiltekið

- skilja tugakerfið og vita að sumar ræðar tölur má rita sem endanleg tugabrot
- geta breytt endanlegum tugabrotum í almenn brot og almennum brotum í tugabrot með gefinni nákvæmni
- þekkja staðalform (tugveldaframsetningu) ræðra talna
- hafa séð dæmi um notkun annarra sætistalnakarfa, t.d. sextugakerfis í tímarithætti eða tvíundarkerfis í tengslum við tölvutækni

hafa kynnst rauntalnakerfinu, nánar tiltekið

- þekkja ferningsrætur náttúrlegra talna og geta dregið ferningsrætur lágra ferningstalna með því að leysa upp í frumþætti
- vita af tilvist rauntalna sem eru ekki ræðar, svo sem $\sqrt{2}$ og π , og hafa séð sönnun á því að $\sqrt{2}$ er óræð tala
- gera sér grein fyrir að til eru tölur sem mæla lengd hvaða gefins striks sem er
- vita að beita má reikniaðgerðum á slíkar tölur, t.d. má leggja saman $\sqrt{2}$ og π og fá $\sqrt{2}+\pi$
- kannast við óendanleg tugabrot og lotutugabrot og geta breytt lotutugabrotum í almenn brot
- kannast við þá hugmynd að nálgast má óræðar tölur með lengri og lengri tugabrotum og að nákvæmnin vex eftir því sem tugabrotið er lengra

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

Við lok grunnskólanáms ættu nemendur að hafa gott vald á almennum reikningi og hafa tamið sér að leggja mat á trúverðugleika útkomu og prófa svör. Reikningar færast smám saman yfir í algebru þar sem reikniaðgerðum er beitt á táknaðsamstæður. Til þess þurfa nemendur að hafa góðan skilning á reikniaðgerðunum og reikniaðferðum og geta gripið til samsvarandi reikninga með tölur.

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

hafa góða færni í reikningi, nánar tiltekið

- kunna að leggja saman, draga frá, margfalda og deila af öryggi án aðstoðar reiknivélar
- kunna að nota reiknivél til að leggja saman, draga frá, margfalda, deila, draga ferningsrætur og hefja í veldi og geta notað reiknivél í prósentureikningi
- kunna skil á reikniaðgerðum með ræðum tölum, vita hvernig á að leggja saman ræðar tölur með því að gera samsvarandi brot samnefnd og vita hvernig má breyta brotabrotum í almenn brot
- kunna skil á samlagningarandhverfum og margföldunarandhverfum
- gera sér grein fyrir að frádráttur og samlagning, margföldun og deiling og það að taka ferningsrót og að hefja í annað veldi eru allt andhverfar aðgerðir; hann þarf einnig að vita hvernig má nota þessi tengsl til að prófa útreikninga
- hafa tilfinningu fyrir tölum og stærðum og áhrifum reikniaðgerða á þær þannig að hann geti lagt mat á hvort útkoma úr reikningsdæmi er sennileg
- gera sér grein fyrir einföldum atriðum í skekkju-reikningi og geta metið lauslega hvaða áhrif skekkja í einni tölu hefur á útkomu reikningsdæmis
- geta reiknað með tölum á staðalformi
- geta notað tugveldi til að meta stærðarþrep útkomu
- hafa notað töflureikna

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

vera leikinn í hugarreikningi og námundunarreikningi, nánar tiltekið

- geta reiknað í huganum einföld reikningsdæmi og þekkja algengar aðferðir sem beita má í hugarreikningi, t.d. hvernig nota má tengireglu, dreifi-reglu og mismun tveggja ferninga
- geta notfært sér námundun til að breyta reikningsdæmi í hliðstætt dæmi með á móta tölum sem hann getur reiknað í huganum, t.d. metið 10% af upphæð eða haft hugmynd um samanlagt verð á vörum sem hann vill kaupa

vera fær um að velja reikniaðgerðir og mismunandi aðferðir til að reikna, nánar tiltekið

- vera fær um að velja á milli reikniaðgerða
- gera sér grein fyrir hvenær borgar sig að finna nákvæma útkomu og hvenær nægir að finna námundunarútkomu
- geta lagt mat á með hve mikilli nákvæmni skynsamlegt er að reikna útkomu úr reikningsdæmi miðað við nákvæmni talnanna sem reiknað er með
- gera sér grein fyrir hvenær viðeigandi er að reikna í huganum eða á blaði og hvenær betra er að grípa til reiknivélar

Hlutföll og prósentur

Fjallað er um hlutfallshugtakið á unglingastigi í framhaldi af efni miðstigsins og hugmyndir um það styrktar. Umfjöllun um prósentuhugtakið er mjög aukin. Nemendur skulu kunna skilgreiningu á prósentum, geta sett fram hlutföll í prósentum og reiknað allan einfaldan prósentureikning, einnig um málefni sem eru ofarlega á baugi í þjóðfélaginu.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

kunna skil á hlutföllum milli stærða og geta notað þau við útreikninga á hagnýtum dæmum, nánar tiltekið

- þekkja hvað átt er við með hlutföllum milli stærða og geta skýrt hlutföll með tilvísun til lengda strika, flatarmála svæða eða á annan myndrænan eða áþreifanlegan hátt
- kunna að skipta stærðum í hlutföllum
- skilja hvað átt er við með mælikvarða á teikningum og kortum, geta lesið lengdir og stærðir af vinnuteikningum og landakortum og geta sjálfurgert teikningar í gefnum hlutföllum
- skilja gildi hlutfallareiknings við samanburð á sambærilegum stærðum, t.d. í sambandi við innkaup og verðkannanir
- kunna að leysa ýmis dæmi varðandi hlutföll, s.s. reikna milli gjaldmiðla og stækka og minnka mataruppskriftir
- geta tekið þátt í umræðum þar sem þörf er á skilningi á hlutföllum
- hafa kynnst þætti hlutfalla í myndlist og tónlist, t.d. fræðst um gullinsnið

hafa gott vald á prósentuhugtakinu og vera fær í prósentureikningi, nánar tiltekið

- hafa góðan skilning á þeirri grundvallarhugmynd að prósent merkir hundraðshluti af heild og geta notað þessa hugmynd í prósentureikningi, t.d. við að setja fram hlutföll í prósentum
- vera fær í þeim prósentureikningi sem er algengur í samfélaginu, s.s. í dæmum er varða hækkun eða lækkun, aukningu eða minnkun, afslátt, vaxta-reikning og annan verslunarreikning

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

- hafa kynnst raunhæfum dæmum um fjármál einstaklinga og heimila, verslun og viðskipti og þekkja helstu hugtök þar að lútandi sem notuð eru í samfélaginu, t.d. reiknireglur varðandi vixla, raðgreiðslur og afskriftir
- gera sér grein fyrir muninum á prósentuhækkun (hlutfallslegri hækkun) og raunverulegri hækkun í tölum talið
- kunna skil á tengslum prósentu við almenn brot og tugabrot

Mynstur og algebra

Nám í algebra hefur smám saman verið undirbúið með dýpkun talnaskilnings, þjálfun í röksemdafærslu og þjálfun í að leita mynsturs og reglu. Við lok grunnskóla ætti drjúgur hópur nemenda að hafa náð valdi á undirstöðuatriðum formlegrar algebra, þ.e. hvernig leysa má jöfnur, alhæfa reglur um tölur og einfalda táknaðsamstæður. Mikilvægt er að nemendur nái góðum tókum á að leysa jöfnur og átti sig á röksamhenginu í því ferli.

Þá er æskilegt að nemendur hafi æfst í að þekkja og koma auga á tengsl milli ólíkra sviða stærðfræðinnar, t.d. algebra og talnareiknings eða algebra og rúmfræði, og geti nýtt sér hugtök og aðferðir af öðru sviðinu á hinu.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

hafa unnið með mynstur í því skyni að segja fyrir um framhaldið og finna almenna reglu, nánar tiltekið

- geta lýst regluleika í talna- og rúmfræðimynstrum með táknmáli algebrunnar
- geta notað algebru til að tákna samband stærða, t.d. í rúmfræðireglum eða verslunarreikningi, og hafa innsýn í hvernig breyting á einni stærð hefur áhrif á aðrar stærðir
- geta sett fram niðurstöður sínar um samband milli stærða með tölum, gröfum, formúlum og jöfnum og hafa góða innsýn í sambandið milli þessara ólíku framsetningarháttá

átta sig á einfaldri notkun bókstafa í stærðfræði, nánar tiltekið

- skilja hvernig nota má bókstafi til að tákna stærðir
- skilja hvað það þýðir að leysa jöfnu
- kunna reiknireglur sem gilda um reikninga þar sem ein eða fleiri óþekktar stærðir koma fyrir (t.d. reglur sem leyfa að óþekkt stærð í jöfnu sé einangruð öðrum megin jafnaðarmerkis)
- geta leyst fyrsta stigs jöfnur með einni óþekktri stærð
- geta leyst saman tvær fyrsta stigs jöfnur með tveimur óþekktum stærðum
- hafa kynnst því hvernig má leysa einfaldar annars stigs jöfnur með þáttun
- ráða við margvísleg orðadæmi sem leysa má með því að setja upp og leysa fyrsta stigs jöfnur með einni eða tveimur óþekktum stærðum
- kannast við framsetningu einfaldra eðlisfræðilegra lögmála með formúlum

gera sér grein fyrir undirstöðureglum algebru, nánar tiltekið

- vita að víxlregla og tengiregla gilda um samlagningu og margföldun

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

- þekkja dreifireglu, kunna að margfalda upp úr svigum og þátta fyrsta og annars stigs margliður
- geta notað þessar reglur við talnareikninga, t.d. í hugareikningi

kunna að fara með tákñasamstæður sem eru samsettar úr tölum og/eða bókstöfum með venjulegum reikniaðgerðum, nánar tiltekið

- kunna veldareglur og einfaldar reglur um ferningsrætur
- gera sér grein fyrir að tákñasamstæða getur verið hvort sem er fullyrðing (t.d. jafnan $x + 2 = 3y$) eða heiti (t.d. stæðan $x + 2$) og gera skýran greinarmun á þessu tvennu
- geta einfaldað slíkar tákñasamstæður hvort sem eru jöfnur eða heiti og reiknað með slíkum tákñasamstæðum af öryggi

Rúmfræði

Við lok grunnskóla er gert ráð fyrir að nemandi þekki helstu hugtök rúmfræði og fari rétt með heiti þeirra. Gert er ráð fyrir að nemendur hafi gott vald á metrakerfinu og mælingum, geti reiknað ummál og flatarmál algengra flatarmynda og rúmmál og yfirborð einfaldra þríviðra hluta. Æskilegt er einnig að nemendur þekki og komi auga á tengsl milli algebru og rúmfræði og geti nýtt sér hugtök og aðferðir af öðru sviðinu á hinu. Þeir geri sér grein fyrir að hugtök sem koma upp í ólíku samhengi geta verið jafngildar framsetningar á sama fyrirbæri, t.d. samlagning jákvæðra talna og samlagning strika eða margföldun og flatarmál réthyrnings.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

kunna skil á helstu hugtökum sigildrar rúmfræði, nánar tiltekið

- þekkja hugtökin punkt, línu, línustrik, horn, ýmsar gerðir marghyrninga (t.d. reglulega marghyrninga), hring og hugtök honum tengd, samsíða og hornréttar línur ásamt öðrum álíka hugtökum úr tvívíðri rúmfræði
- þekkja helstu hugtök úr þrívíðri rúmfræði, s.s. strending, tening, sívalning, kúlu, keilu og strýtu (þíamída), og geta lýst hvað þessi hugtök fela í sér, bæði í mæltu máli og með teikningum, borið þau saman og flokkað
- þekkja algengustu hugtök og lögmál varðandi þríhyrninga, s.s. rétthyrnda, jafnhliða og jafnarma þríhyrninga og reglur um hvenær tveir þríhyrningar eru eins
- þekkja til algengustu teikninga með hringfara og reglustiku, t.d. tvískiptingar horns og hvernig miðpunktur línustriks er fundinn
- kunna skil á einslögum flatarmynda og tengslum við hlutföll
- geta dregið rökréttar ályktanir um flatar- og rúmmyndir út frá þekktum eiginleikum

kunna skil á algengum hugtökum og aðferðum við mælingu flatarmynda og þrívíðra hluta, nánar tiltekið

- skilja hvernig mæla má lengdir með tölum ef lengdareining er gefin og gera sér grein fyrir útreikningum á ýmsum lengdum sem tengjast flatarmyndum og þrívíðum hlutum, s.s. ummáli marghyrninga
- kunna góð skil á metrakerfinu hvað varðar mælingu flatarmynda og þrívíðra hluta og hafa kynnst öðrum einingum, t.d. þumlungum, mílum og ekrum
- gera sér grein fyrir óvissu í mælingum

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

- geta reiknað hornastærðir út frá gefnum forsendum
- átta sig á flatarmáli, kunna reglur um helstu flatarmálsreikninga og geta beitt þeim
- geta hannað rétthyrning með gefnu ummáli og flatarmáli og átta sig á því að rétthyrningur með gefið flatarmál getur haft breytilegt ummál og rétthyrningur með gefið ummál getur haft breytilegt flatarmál
- átta sig á rúmmáli og kunna reglur um rúmmál réttstrendings og sívalnings
- vita að rúmmál strýtu/keilu er þriðjungur af rúmmáli réttstrendings/sívalnings með sömu hæð og rúmmál kúlu er tveir þriðju hlutar af rúmmáli sívalnings með sama þvermál og hæð jafna þvermáli sínu
- þekkja samsvörun rúmmáls og mælieininga fyrir vökva, vita að 1 lítri samsvarar 1 dm^3 og 1 ml samsvarar 1 cm^3 og geta reiknað milli þessara eininga
- átta sig á yfirborðsmáli og geta reiknað yfirborðsmál einfaldra rúmmynda

þekkja undirstöðuhugtök hnitarúmfræði og geta notað þau, nánar tiltekið

- þekkja talnalínuna og geta fundið fjarlægð milli punkta á henni
- þekkja rétthyrnt hnitakerfi í sléttum fleti, hnit punkta og fjarlægðir milli þeirra
- hafa kynnst öðrum aðferðum til að lýsa staðsetningu með hnitum, t.d. pólhnitum, þar sem staðsetningu er lýst með stefnuhorni og fjarlægð frá gefnum punkti, vita að lengdar- og breiddargráður eru í raun hnit punkts á yfirborði jarðar og hafa séð dæmi bæði úr stærðfræði og úr daglegu lífi um notkun slíkra hnitakerfa
- þekkja framsetningu beinnar línu í hnitakerfi með jöfnu og geta teiknað línu í hnitakerfi út frá jöfnu hennar

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

- þekkja bæði rúmfræðilega og algebrulega túlkun á hallatölu línu og geta lesið skurðpunkt við y -ás út frá jöfnu línunnar
- hafa kynnst ferli annars stigs falls, þ.e. fleygboga, í eðlilegu samhengi, t.d. í sambandi við fall hluta

kannast við nokkrar tegundir af rúmfræðilegum færslum og kunna að notfæra sér þær, nánar tiltekið

- þekkja flutninga eins og hliðranir, snúninga og spegланir, átta sig á hvernig þeir gefa lýsingu á rúmfræðilegum samhverfum og endurtekningu í mynstrum og geta notað flutninga og samhverfur til að leysa rúmfræðileg verkefni
- þekkja strikkanir, sérstaklega stækkanir og smækkanir, og tengsl þeirra við einslögun og hlutfallsmælikvarða
- hafa fengist við að þekja fleti með marghyrningum og öðrum flatarmyndum (flísalagningar) og kynnt sér dæmi um samhverfur í skreytilist

kunna nokkrar helstu undirstöðusetningar sígildrar rúmfræði og geta notað þær í útreikningum og röksemdafærslum, nánar tiltekið

- kunna regluna um hornasummu í þríhyrningi og geta beitt henni til að finna hornasummur marghyrninga
- kunna setningu Pýþagórasar, hafa séð sönnun á henni og geta beitt setningunni í margvíslegu samhengi

Tölfræði og líkindafræði

Að loknu grunnskólanámi þarf nemandi að hafa skilning á algengustu hugtökum sem notuð eru við lýsingu og úrvinnslu tölulegra gagna og hann þarf að þekkja helstu aðferðir til að setja slík gögn fram myndrænt. Til að ná tökum á þessum hugtökum og aðferðum þarf nemandinn að fást sjálfur við úrvinnslu tölulegra gagna á öllum stigum, söfnun, framsetningu og úrvinnslu. Töflureiknar eru ómissandi hjálpartæki við slíka vinnslu.

Jafnframt því þarf nemandinn að kynnast því hvernig er hægt að draga ályktanir af slíkum gögnum og verða fær um að meta slíkar ályktanir á gagnrýninn hátt. Hluti af náminu felst í athugunum og umræðu um raunveruleg dæmi úr náttúruvísindum, félagsvísindum, auglýsingum og þjóðmálaumræðu.

Haldið er áfram að fjalla um líkindahugtakið. Nemandi kynnist muninum á líkum sem eru metnar með tilraun, líkum sem eru fundnar með nákvæmum útreikningum og líkum sem byggjast á huglægu mati. Eftir því sem unnt er verði notuð raunveruleg dæmi, t.d. tengd happdrættisleikjum, spilum, úrtakskönnunum og almennri þjóðmálaumræðu.

Þekking á grunnhugtökum líkindafræði og tölfræði er grundvöllur þess að nemandi geti lagt sjálfstætt mat á tölulegar upplýsingar. Slík þekking er því mikilvægur þáttur í almennri lífsleikni og nauðsynlegur grunnur að virkri þátttöku í nútímalýðræðisþjóðfélagi.



Við lok grunnskólanáms á nemandi að

kunna skil á algengustu aðferðum við að vinna úr tölulegum gögnum og setja niðurstöður fram, nánar tiltekið

- þekkja og skilja algeng hugtök sem notuð eru til að lýsa gagnasöfnum, s.s. tíðni, hlutfallstíðni, tíðni-dreifingu, meðaltal, vegið meðaltal, tíðasta gildi og miðgildi, og geta fundið þessar stærðir í gefnum gagnasöfnum
- kunna skil á tíðnitöflum, súluritum, skifuritum, línuritum og fleiri aðferðum við framsetningu og lýsingu tölulegra gagna
- hafa fengið þjálfun í söfnun, flokkun og framsetningu gagna og geta valið framsetningu á niðurstöðum sem hæfir í hvert skipti
- hafa fengið tækifæri til að nota tölvur við gagnavinnslu og myndræna framsetningu gagna og hafa kynnst almennri notkun gagnagrunna og töflureikna
- geta ályktað og tjáð sig um tölfræðilegar upplýsingar, metið ályktanir sem dregnar eru af slíkum gögnum og hafa kynnst því sem þarf að varast þegar dregnar eru ályktanir af slíkum gögnum
- hafa séð dæmi um hvernig töluleg gögn hafa verið notuð til að gefa rangar og misvísandi upplýsingar

kunna skil á líkindahugtakinu, nánar tiltekið

- gera sér grein fyrir merkingu líkindahugtaksins og kunna að meta líkindi með tilraunum í einföldum tilvikum
- þekkja hugtakið úrtak og hafa kynnst því hvað hafa ber í huga þegar úrtak er valið
- hafa fengist við líkindafræðileg verkefni sem tengjast beint daglegu lífi eða hlutum sem eru ofarlega á baugi í þjóðfélaginu, s.s. úrtakskönnunum, peningaspilum og happdrættisleikjum

Við lok grunnskólanáms á nemandi að

- hafa kynnst skilyrtum líkindum í einföldum dæmum, t.d. hverjar eru líkur þess að 1 hafi komið upp á teningi ef vitað er að það var oddatala sem kom upp
- átta sig á greinarmun á fræðilegum líkum, líkum sem leiddar eru af tilraunum og huglægu mati á líkum án tilrauna
- geta reiknað líkur í einföldum tilvikum þar sem einungis endanlega margar útkomur koma til greina

Prepamarkmið 8



Á 8. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- lesi og skrifi háar og lágar tölur sem koma fyrir í texta, töflum og myndritum, ártöl í rómverskum tölum, almenn brot, tugabrot, mælitölur af ýmsu tagi og prósentur
- temji sér að fara rétt með stærðfræðiheiti og tákn, s.s. jafnaðarmerki
- þjálfist í notkun sviga og forgangsroð aðgerða
- lesi og túlki skýringartexta í námsefni og útskýri lausnir sambærilegra verkefna og þar er fjallað um
- taki þátt í samstarfsverkefnum með bekkjarfélögum þar sem reynir á þessa færni og þátttöku hans í umræðum um lausnarleiðir og niðurstöður

Lausnir verkefna og þrauta

- venjist því að kynna sér verkefni til hlítar, skilgreina hvað er gefið og hvað ekki, nota fjölbreytilegar aðferðir, t.d. gera töflur og teikningar, eða setja á svið til að leita lausna og prófi og sannreyni niðurstöður
- glími við verkefni og þrautir þar sem lausnarleiðir eru ekki augljósar fyrir fram; þrautirnar feli í sér samsetningar ólíkra hugtaka og aðferða
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Birna á frí fimmta hvert kvöld. Árni á frí níunda hvert kvöld. Í kvöld á Birna frí en Árni á frí annað kvöld. Hvenær hittast þau næst? (Hér mætti setja upp töflu.)
 - Á heila tímanum leggur bátur af stað frá A til B. Á sama tíma leggur bátur af stað frá B til A. Siglingin tekur 2 klst. Bjarni fer með bát kl. 12 frá stað A. Hve mörgum bátum á leið í gagnstæða átt mætir hann á leiðinni?
 - Þegar heimilishundurinn hefur dreift dagblaðinu um alla íbúðina og blaðinu er safnað saman kemur í ljós að síða 6 og 20 eru á sömu örkinni. Hvaða tvær aðrar síður eru á sömu örk?

Á 8. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Röksamhengi og röksemdafærslur**
- lesi og ræði um röksemdir í námsefni og geri sér grein fyrir mikilvægi þeirra
 - ræði og rökstyðji samhengið í venjulegum reikni-aðferðum, t.d. samlagningu almennra brota
 - þjálfist í að leita mótdæma til að prófa tilgátur
 - setji fram sennilegar tilgátur og finni leiðir til að komast að rökstuddri niðurstöðu um þær
 - setji fram röksemdafærslur á skýran hátt, bæði í mæltu og rituðu máli
- Tengsl við daglegt líf og önnur svið**
- þýði verkefni úr daglegu lífi yfir á tákniál stærðfræði
 - noti stærðfræði til að henda reiður á eigin fjármálum
 - meðhöndli upplýsingar um náttúrufræðilegan hátt, t.d. setji veðurathuganir upp í töflur og gröf og túlki sem fall af tíma
 - vinni með tíma-, lengdar-, flatar-, rúmmáls- og þyngdareiningar í metrakerfi og kynnist sambandi þeirra innbyrðis
 - kynnist eldri mælieiningum, s.s. alin, faðmi, potti og pela, t.d. af innkaupalista úr kaupstaðarferð fyrir einni öld, og beri þær saman við mælieiningar í metrakerfi
- Tölur**
- vinni með heilar tölur, röðun þeirra, talnarunur og reikniaðgerðir
 - meti hvenær tvö almenn brot eru jöfn og fáist við röðun almennra brota, styttingu og lengingu og tengsl þeirra við tugabrot og prósentur
 - vinni með sléttar tölur og oddatölur og átti sig á reglum um deilanleika talna með 2, 3, 4, 5, 9 og 10
 - þekki frumtölur og þáttun talna í frumþætti og viti hvernig má finna lægstu frumtölurnar
 - stytti almenn brot með því að leysa teljara og nefnara í frumþætti

Á 8. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- þekki stærsta samdeili og minnsta samfeldi tveggja talna
- athugi uppbyggingu tugakerfisins og hvernig reiknirit um algengar reikniaðgerðir byggjast á eiginleikum þess
- breyti endanlegum tugabrotum í almenn brot og almennum brotum í tugabrot
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Fjögurra stafa tölur eru myndaðar úr tölustöfunum 1, 3, 5 og 6. Enginn stafur er tvítekin.
 - a) Hve margar tölur er hægt að mynda þannig?
 - b) Hve margar þeirra eru deilanlegar með 3?
 - c) Hve margar eru deilanlegar með 4?
 - d) Hve margar eru deilanlegar með 8?
 - Nota sáldur Eratospenesar til að finna og rita allar frumtölur lægri en 100.
 - Drekar. n -dreki er samsettur úr n samliggjandi náttúrulegum tölum. Fyrstu tveir þriðjungar talnanna kallast hali drekans en aftasti þriðjungurinn nefnist haus hans. Summa talnanna í halanum á að vera jöfn summu talnanna í hausnum. (Talan $1+2+3$ er dreki og sömuleiðis $2+3+4+5+6+7+8+9+10$.)
 - a) Finna á 21-dreka og sýna fram á að svarið sé dreki.
 - b) Sýna á fram á að 24-dreki sé ekki til.
 - c) Finna á summu halans í 99999-dreka.

- Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat**
- tileinki sér reiknirit til að leggja saman, draga frá, margfalda og deila með ræðum tölum
 - noti reiknivél til að leggja saman, draga frá, margfalda og reikna prósentur með því að breyta í tugabrot og reikna svo
 - minnst hlutverks tölunnar 0 í reikniaðgerðum

Á 8. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- öðlist það góða tilfinningu fyrir tölum að hann geti lagt mat á hvort útkoma úr reikningsdæmi er sennileg
- temji sér að prófa útkomur og leita að reiknivillum
- tileinki sér tækni til að reikna í huganum, m.a. með því að beita námundun eða dreifireglu, tengireglu og víxlreglu þar sem við á
- námundi tölur að heilum þúsundum, hundruðum, tugum, einingum, tíundu hlutum, hundraðshlutum og þúsundustu hlutum
- venjist því að reyna að gera sér grein fyrir svari áður en gripið er til reiknivélar

Hlutföll og prósentur

- fáist við hlutföll milli stærða og geti skýrt þau með tilvísan til almennra brota og mynda eða teikninga
- vinni með mælikvarða á vinnuteikningum og landakortum
- taki þátt í umræðum þar sem þörf er á skilningi á hlutföllum
- vinni með prósentur í margvíslegu samhengi þannig að nemandinn skilji að prósent merkir hluta af hundraði og byggi á þeim skilningi þegar hann reiknar með prósentum
- fáist við prósentureikning sem algengur er í þjóðfélaginu, t.d. hækkun eða lækkun, aukningu eða minnkun og afslátt

Mynstur og algebra

- noti táknmál algebru til að lýsa reglum í talna- og rúmfræðimynstrum
- vinni með bókstafi til að tákna stærðir og beiti reiknireglum á stæður (heiti) þar sem ein eða fleiri óþekktar stærðir koma fyrir
- leysi einfaldar jöfnur og byggi á skilningi á því hvernig bókstafir eru notaðir til að tákna stærðir
- vinni með víxlreglu og tengireglu samlagningar og margföldunar
- kynnist muninum á stæðu (heiti) og jöfnu

Á 8. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Reikna ummál ferninga með hliðarlengdirnar 1, 2, 3... og útskýra samband þess og talnarunnar 4, 8, 12, 16..., $4n$. Endurtaka fyrir flatarmál. Reikna ummál og flatarmál fernings númer 25.
 - Leysa jöfnuna $3x - 8 = 7$ og sýna fullan skilning á eðli jafna, t.d. með stuttri greinargerð, munnlegri eða skriflegri.
 - Einfalda stæðuna $3x - 9 + x - 3$ með því að beita víxlreglu og tengireglu.
 - Einfalda stæðuna $3x - 9 + x - 3$, leysa jöfnuna $3x - 9 + x - 3 = 0$ og útskýra muninn á stæðu og jöfnu.

Rúmfræði

- þekki hugtök, s.s. punkt, línu, línustrik, geisla, horn og ýmsar gerðir marghyrninga, fari rétt með heiti þeirra og geti lýst þeim bæði í mæltu máli og með því að teikna myndir, borið þau saman og flokkað
- kynnist hugtökunum réttstrendingi og teningi, kunnir að skilgreina þau og nýta sér í útreikningum
- kynnist rétthyrndum, jafnarma og jafnhliða þríhyrningum og geti nýtt sér eiginleika þeirra í útreikningum
- tileinki sér hugtök og aðferðir við að mæla og reikna lengdir strika, flatarmál og ummál marghyrninga og rúmmál réttra strendinga
- hanni rétthyrning með gefnu ummáli og flatarmáli og átti sig á því að rétthyrningur með gefið ummál getur haft breytilegt flatarmál
- fáist við rétthyrnt hnitakerfi í sléttum fleti og hnit punktum og spegli og hliðri punktum í hnitakerfi
- fáist við einfaldar hliðranir, snúninga og spegplanir mynda í sléttum fleti
- kynnist aðferð Eschers við að mynda flatarmyndir sem nota má til að þekja flöt

Á 8. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- vinni verkefni sem sýna fram á regluna um horna-
summu þríhyrnings og noti hana til að reikna
stærðir grannhorna og horna í jafnarma, jafnhliða
og rétthyrndum þríhyrningum
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hanna svæði sem á að verða rétthyrnt og af
tiltekinni stærð. Síðan á að girða það. Rann-
saka skal hvernig lengd girðingar breytist eftir
því sem hlutföll breytast milli lengdar og
breiddar svæðisins.

Tölfræði og líkindafræði

- fáist við, þekki og skilji hugtökin tíðni, tíðnidreifing,
meðaltal, tíðasta gildi og miðgildi
- setji fram og túlki tíðnitöflur, súlurit, línurit og aðrar
einfaldar aðferðir við framsetningu og lýsingu tölu-
legra gagna
- þjálfist í öflun gagna, flokkun þeirra og framsetn-
ingu
- geri sér grein fyrir líkindahugtakinu og átti sig á að
sumir hlutir eru háðir líkindum en aðrir ekki

Prepamarkmið 9

Á 9. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- lesi og skrifi háar og lágar tölur sem koma fyrir í texta, töflum og myndritum, almenn brot, tugabrot, veldi og prósentur af ýmsu tagi
- þjálfist í að nota skilgreiningar á hugtökum sem koma fyrir í námsefninu
- fari rétt með algeng stærðfræðiheiti og tákni, s.s. aðgerðarmerki, jafnaðarmerki og sviga
- temji sér vandaða meðferð máls og þjálfist í að nota táknmál stærðfræðinnar í bland við venjulegt mál
- temji sér að skrifa skipulega minnisþunkta og skýringarmyndir um stærðfræðileg efni í því skyni að auka skilning sinn og koma hugsunum sínum í skipulegra horf
- taki þátt í samstarfsverkefnum með bekkjarfélögum þar sem reynir á þessa færni og þátttöku hans í umræðum um lausnarleiðir og niðurstöður
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Afla upplýsinga um fjarlægðir reikistjarna frá sólu, nota mismunandi rithátt til að setja tölurnar fram og reyna að tengja þessar stærðir við stærðir í umhverfi sínu, t.d. með því að reikna út fjarlægðir í líkani þar sem jörðin er á stærð við venjulegt hnattlíkan.
 - Samvinnuverkefni um að búa til dæmi um reikniaðgerðir á jákvæðar og neikvæðar heilar tölur þar sem stefna skiptir máli.

Lausnir verkefna og þrauta

- venjist því að lausnarleit getur kostað fyrirhöfn og þolinmæði og kynnist því að hægt er að nálgast erfið verkefni með því að skoða fyrst einfaldari verkefni af sama toga og með því að prófa hvað gerist ef gefnar eru viðbótarupplýsingar eða gefnum upplýsingum hnikað til þannig að samt standi eftir hliðstætt verkefni

Á 9. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við verkefni og þrautir þar sem lausnarleiðir eru ekki augljósar fyrir fram; þrautirnar geti falið í sér ólíkar samsetningar rúmfræðihugtaka, talna og rökhugsunar
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Búinn er til kross úr fimm eins ferningum þannig að einn lendi í miðju. Nú á að skera krossinn eða klippa eftir fjórum beinum línunum þannig að hann brotni upp í fimm hluta sem hægt er að endurraða þannig að til verði einn stór ferningur.
 - Tveir ferðalangar, Arnar og Brynjar, ganga sömu leið og fara af stað á sama tíma. Arnar gengur hálfa leiðina á hraðanum 4 km/klst. og hinn helming leiðarinnar á 5 km/klst. Brynjar gengur helming tímans á hraðanum 4 km/klst. en hinn helming tímans á 5 km/klst. Hvor kemst fyrir á leiðarenda og hvers vegna?

Röksamhengi og röksemdafærslur

- sjái og fáist við dæmi sem undirstrika mikilvægi þess að viðhafa skýra röksemdafærslu og kerfisbundna framsetningu
- þjálfist í flokkun hugtaka eftir eiginleikum í undir- og yfirflokkum
- rökstyðji niðurstöður sínar og skýri lausnarleiðir af nákvæmni, t.d. þar sem hlutföll koma fyrir
- fáist við verkefni við vinnslu úr gagnagrunnum eða í forritunarverkefnum þar sem yrðingar með „og“, „eða“, „ekki“ og „ef... þá“ koma fyrir og geri sér grein fyrir sanngildi einfaldra samsettra yrðinga af því tagi

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

- þýði verkefni úr daglegu lífi yfir á tákniál stærðfræði
- setji upp töflu, t.d. í töflureikni, og jöfnu fyrir rétt hlutfall úr daglegu lífi, t.d. orkuneyslu heimilis-tækja, og teikni graf sem sýnir þetta samband

Á 9. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

- beiti stærðfræði til að skýra mál sitt í umræðum um þjóðmál, t.d. umhverfismál
 - kynnist dæmum og vinni verkefni um notkun stærðfræði í nútímapjóðfélagi
 - vinni með tímareikninga og lengdar- og flatarmælingar marghyrninga og hringa, einkum í metrakerfi
 - kynnist sögu þess hvernig menn hafa reiknað π , hlutfallið milli ummáls og þvermáls hrings, m.a. með því að kynna sér hvernig Arkimedes fjallaði um þessa hluti
 - kynnist því hvernig saga stærðfræðinnar greinir frá viðleitni manna til að skilja umhverfi sitt og koma skipulagi á vitneskju sína, s.s. hornamælingum til að átta sig á gangi himintunglanna
 - fáist við sambærileg verkefni:
 - Talið er að frá hverjum einkabil berist um 5,1 tonn af CO₂ á ári. Gerum ráð fyrir að hér á landi séu tveir einstaklingar um hvern bíl. Hve mörg tonn af CO₂ berast frá einkabilum hér á ári hverju? Nemendur afli fleiri upplýsinga um gróðurhúsalofttegundir eða svipað efni, ræði og búi til eigin verkefni.
- Tölur**
- vinni með veldareglur um heiltöluveldi
 - vinni með frumtölur og frumtölupáttun, noti frumtölupáttun við styttingu brota og átti sig á því að ein tala gengur upp í annarri ef allir frumþættir hinnar fyrri felast í hinni seinni
 - breyti endanlegum tugabrotum í almenn brot og almennum brotum í tugabrot með gefinni nákvæmni
 - skoði eðli tugakerfisins með því að bera það saman við önnur talnakerfi, s.s. sextugakerfi eða tvíundarkerfi

Á 9. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Finna á þriggja stafa tölu þannig að
 - a) margfeldi tölustafanna endi á 0 en sé ekki 0
 - b) þversumma tölunnar sé 16
 - c) þversumma margfeldis tölustafanna sé 9

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- átti sig á samlagningarandhverfum
- vinni með formerkjareglur um reikninga með neikvæðum tölum
- vinni með veldi sem endurtekna margföldun, deilingu sem endurtekinn frádrátt og deilingu sem skiptingu
- öðlist leikni í reikniaðgerðum með ræðum tölum, viti hvenær finna þarf samnefnara og hvenær ekki og hvers vegna
- kynnist staðalformi og kostum þess og reikni með tugveldum
- þrói með sér leikni í að reikna samsett dæmi af ýmsu tagi og hafi fullt vald á forgangsröð aðgerða
- noti reiknivél til að reikna samsett dæmi með veldum og svigum og noti fastann π í útreikningum á reiknivél
- kynnist notkun töflureikna til að fást við reikninga í stórum gagnasöfnum
- venjist því að nota hugarreikning til að meta trúverðugleika útkomu sem fengin er með öðrum hætti, t.d. með töflureikni
- venjist því að velja milli þess að reikna í huganum, á blaði eða með reiknivél eftir því hvers eðlis tölunnar eru og meta hvenær þarf nákvæma útkomu og hvenær námundunarútkomu



Á 9. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Hlutföll og prósentur

- skipti stærðum í margvíslegum hlutföllum
- vinni með mælikvarða og hlutföll
- vinni með hlutföll í daglegu lífi og viðskiptum, t.d. reikni milli gjaldmiðla og breyti mataruppskriftum
- öðlist færni í prósentureikningi þar sem finna þarf prósentu, hluta og heild og geti reiknað breytingar og mismun í hundraðshlutum
- vinni þemaverkefni með öðrum um hlutföll, t.d. í myndlist eða tónlist
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Vatnsmelóna vegur 4 kg og 99% hennar eru vatn. Þegar hún hefur legið í sólinni um tíma hefur hluti vatnsins gufað upp og aðeins 98% hennar eru þá vatn. Hve þung er melónan nú?

Mynstur og algebra

- noti algebra til að tákna samband stærða með formúlum, t.d. í rúmfræði eða verslunarreikningi, og hafi innsýn í hvernig breyting á einni stærð hefur áhrif á aðrar stærðir
- vinni áfram að lausn á fyrsta stigs jöfnum með einni óþekktri stærð með áherslu á rökrétta notkun jafnaðarmerkis
- leysi orðadæmi með því að setja upp og leysa fyrsta stigs jöfnur með einni óþekktri stærð
- noti víxlreglu, tengireglu og dreifireglu til að einfalda tákñasamstæður
- nái valdi á veldareglum fyrir heiltöluveldi
- geri skýran greinarmun á jöfnu og stæðu og æfist í einföldun slíkra tákñasamstæðna
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Leikjatölva kostar 23.000 krónur og hver leikjadiskur 750 kr. Setja á upp stæðu um heildarkostnað ef keypt er leikjatölva og n diskar og setja þetta upp í graf.
 - Leysa jöfnuna $9 + 2x/3 = 13$.

Á 9. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Einfalda stæðuna $7 - 2(x+3)$.
- Í jafnarma þríhyrningi er grunnlínan 8 cm styttri en hvor hinna. Ummálið er 67 cm. Finna á hliðar þríhyrningsins.

Rúmfræði

- tileinki sér hugtakið hringur og hugtök honum tengd, s.s. þvermál, geisli, bogi og hringgeiri, samsíða, hornréttur, strendingur, teningur og sívalningur, fari rétt með heiti þeirra og geti lýst þessum hugtökum, borið þau saman og flokkað
- noti hringfara og reglustiku til að finna miðu striks, teikna horn og tvískipta horni
- þjálfist í aðferðum við hornamælingar, hornaút-reikninga, flatarmáls- og ummálsreikninga, bæði marghyrninga og hringa
- reikni rúmmál og yfirborðsflatarmál réttra strendinga, þristrendinga og sívalninga
- geri sér grein fyrir óvissu í mælingum, t.d. með tilraunum með endurteknar mælingar á sama hlut
- kynnist öðrum aðferðum við að lýsa staðsetningu með hnitum, t.d. notkun lengdar- og breiddargráðna sem hnita punkta á yfirborði jarðar
- kynnist samhverfum í skreytilist og búi til mynstur með beitingu rúmfræðilegra færslna, t.d. með því að þekja fleti með marghyrningum (flisalögn)
- tileinki sér regluna um hornasummu þríhyrnings og noti regluna til að finna hornasummur marghyrninga
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Drykkjarkrús hefur þvermál 7 cm og hæð 10 cm.
 - a) Hvert er rúmmál hennar?
 - b) Hvað tekur hún mikinn vökva ef hún er fyllt að $3/4$?
 - c) Hvert er flatarmál hliða krúsarinnar? (Má t.d. leysa með því að gera pappírssívalning með sama þvermál og sömu hæð.)

Á 9. prepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Sivalur trjábólur er 16 kg að þyngd. Hve þungur er trjábólur sem er 50% meiri að þvermáli en 50% styttri?
- Þrjár hliðar trapisu eru jafnlangar og lengd fjórðu hliðarinnar er tvöföld lengd hinna. Reikna á hornið sem hornalínur trapisunnar mynda sín á milli.

Tölfræði og líkindafræði

- vinni með og skilji hugtökin tíðni, hlutfallstíðni, tíðnidreifing, meðaltal, tíðasta gildi og miðgildi
- kynnist hugtakinu úrtak
- setji fram og túlki tíðnitöflur, súlurit, skífurit, línurit og noti aðrar einfaldar aðferðir við framsetningu og lýsingu tölulegra gagna
- noti tölvuforrit, t.d. gagnagrunna og töflureikna, til að vinna með tölfræðileg gögn
- sjái og greini villur eða villandi upplýsingar í framsetningu tölulegra gagna, s.s. þar sem mælikvarði á tíðniás er óreglulegur, hlutföll í myndum eru röng og hlutfallstíðni er rangt reiknuð
- fáiist við líkindafræðileg verkefni sem tengjast daglegu lífi eða málefnum sem eru ofarlega á baugi í þjóðfélaginu, t.d. úrtakskönnunum og happdrættisleikjum

Prepamarkmið 10



Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

Stærðfræði og tungumál

- lesi og skrifi háar og lágar tölur sem koma fyrir í texta, töflum og myndritum, ræðar tölur, mælitölur af ýmsu tagi og prósentur, lesi og skrifi um hækkun og lækkun, hlutfallslega breytingu og algengar óræðar tölur
- æfist í að skrifa eigin skilgreiningar á hlutum og hugtökum
- taki þátt í samstarfsverkefnum með bekkjarfélögum þar sem reynir á þessa færni og þátttöku hans í umræðum um lausnarleiðir og niðurstöður
- kynni eigin aðferðir og lausnir á verkefnum bæði munnlega og skriflega og noti skýringarmyndir og táknmál eftir því sem við á
- ræði um náttúrlegar tölur, heilar tölur og ræðar tölur og sambandið milli almennra brota, endanlegra tugabrota og lotubundinna tugabrota
- kynni sér og ræði um eiginleika óræðra talna og sögu þeirra, t.d. um hvernig menn áttuðu sig á að $\sqrt{2}$ er óræð tala
- riti samfelldan texta um stærðfræðilegt efni

Lausnir verkefna og þrauta

- kynnist því hvernig hægt er að leysa þraut með því að vinna sig til baka og nota form og gerð hugsanlegrar lausnar til að finna hver lausnin er
- fáist við þrautir sem leysa þarf með rakningar- eða þrepunaraðferðum
- temji sér, þegar lausn á verkefni er fundin, að athuga hverjar af forsendum þess eru raunverulega notaðar og hvort lausnaraðferðin dugir til að leysa önnur hliðstæð verkefni
- glími við verkefni og þrautir þar sem lausnarleiðir eru ekki augljósar fyrir fram; þrautirnar geti verið með eða án talna, gestaþrautir jafnt og þrautir sem mæta fólki í daglegu lífi
- temji sér að vinna að lausnum þrauta í samstarfi við aðra nemendur með því að varpa fram hugmyndum og hjálpa öðrum að þróa eigin hugmyndir

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Þrír krakkar standa í röð þannig að sá fremsti sér ekki hina. Vitað er að 5 hattar, 3 svartir og 2 hvítir, standa á borðinu. Settir eru hattar á höfuð þeirra án þess að krakkarnir viti litinn. Sá aftasti er spurður um litinn á sínum hatti. Svar: Ég veit það ekki. Næstaftasti svarar einnig: Ég veit það ekki. Hvernig getur sá fremsti vitað sinn lit út frá þessum upplýsingum?
 - (Dæmi um rakningu.) Turninn í Hanoi er þraut þar sem flytja skal turn í n hæðum milli staða. Aðeins er hægt að flytja eina hæð í einu, fyrst þá efstu o.s.frv. Hve marga flutninga þarf til að flytja allan turninn þannig að neðsta hæðin verði neðst og hann liti eins út og áður? Rekja má sig að almennri lausn með því að byrja með fáar hæðir og fjölga þeim síðan.
 - Nemandi fái til skoðunar lausn á verkefni, finni hverjar af forsendunum eru raunverulega notaðar, hverjar eru óþarfar og búi til önnur hliðstæð verkefni þar sem sama eða svipuð aðferð hentar til að leysa þau.
 - Milli Akureyrar og Reykjavíkur er 250 km loftlína. Flugvél leggur af stað kl. 14.30 frá Reykjavík og kemur kl. 15.10 til Akureyrar. Önnur vél leggur af stað kl. 14.50 frá Akureyri og lendir í Reykjavík kl. 15.45. Hve langt frá Reykjavík eru vélarnar þegar þær mætast?

- Röksamhengi og röksemdafærslur**
- kynnist einföldum sönnunum þar sem röksemdafærslur skipta meginmáli, t.d. reglu um hornasummu í marghyrningi og geti beitt henni á einfalda marghyrninga, s.s. fimmhyrning
 - þjálfist í að koma auga á rökvillur
 - öðlist svo góðan skilning á hugtökum og aðferðum í stærðfræði að honum sé tamt að nota þau við röksemdafærslur bæði í mæltu og rituðu máli

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- kynnist dæmi um óbeina sönnun með mótsögn, t.d. um að frumtölur eru óendanlega margar
- velti fyrir sér nokkrum rökfræðilegum þversögnum
- setji fram fyrirmælarunu, t.d. um hvernig skuli ferðast á milli staða þar sem líka er greint frá því hvernig skuli bregðast við mismunandi aðstæðum sem kunna að koma upp á leiðinni
- setji fram reiknirit sem t.d. lýsir vinningsleið í spili

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Dæmi um rökfræðilega þversögn: Rakarinn í Flatey rakar alla eyjarskeggja sem ekki raka sig sjálfir. Hver rakar rakarann?
 - Í hrúgu eru 46 eldspýtur. Tveir kennarar eru í leik þannig að þeir taka til skiptis 1, 2, 3 eða 4 eldspýtur úr hrúgunni. Sá tapar sem tekur síðustu eldspýtuna. Hvor vinnur? Hvernig fer hann að því að tryggja sér sigur?
 - Gagnrýna röksemdafærsluna: Hlutur fellur um 5 metra á einni sekúndu í frjálsum falli. Þá fellur hann 15 metra á þremur sekúndum.

Tengsl við daglegt líf og önnur svið

- setji stærðfræðileg hugtök í samhengi við hversdagslega hluti til að öðlast betri skilning á þeim
- setji upp töflu og jöfnu um línulegt samband og teikni samsvarandi graf, t.d. um greiðslur fyrir orkuneyslu
- beiti stærðfræði í verkefnum sem snerta samskipti einstaklingsins við samfélagið, s.s. við afborganir af lánum sem breytast milli ára í hlutfalli við breytingu á lánskjaravísitölu
- kynnist því að í íslenskum fornritum eru merk fræði um tímatal
- kynni sér sögu táknmáls stærðfræðinnar, t.d. það að á endurreisnartímanum leystu menn jöfnur á borð við $x^2+6x=20$ en þeir notuðu ekki tákni heldur rituðu „teningur að viðbætti sexfaldri hlið er jafnt og 20“

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Jafnan $1/4x + 3/4 = 2$ skýrð t.d. þannig: Til eru 3 litlar $1/4$ lítra fernur af rjóma í ísskápnum. Það þarf að nota 2 lítra af rjóma. Hver margar litlar fernur vantar?
 - Ólíugeymir hefur þvermálið 85 cm og er 1,5 m á lengd. Hann hefur verið fylltur að $2/3$ af olíu. Hve margir lítrar af olíu eru í honum? Geymirinn lekur og reynast það vera 3 dl á sólarhring sem þannig tapast. Hvað tapast margir rúmmetrar af olíu á ári ef geymirinn heldur áfram að leka svona?

Tölur

- dragi ferningsrætur lágra ferningstalna með því að leysa þær upp í frumþætti
- einfaldi brotabrot
- breyti lotubundnum tugabrotum í almenn brot
- vinni með stærsta samdeilli og minnsta samfeldi, bæði með frumþáttun talna og þáttun á óþekktum stærðum
- rannsaki uppbyggingu talnakerfisins, t.d. með því að bera saman venjulega fjögurra stafa tölu ritaða í tugakerfi og margliðu á forminu $a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x^1 + d \cdot x^0$
- leysi verkefni með tölum sem ekki eru ræðar, s.s. $\sqrt{2}$ og π , og geri sér grein fyrir að til eru tölur sem mæla lengd hvaða gefins striks sem er
- sjái sönnun þess að $\sqrt{2}$ er óræð tala og taki þátt í umræðum um hvað í henni felst
- sjái að nálgast má óræðar tölur með lengri og lengri tugabrotum og að nákvæmnin eykst eftir því sem tugabrotið er lengra
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Ef $a < b$ og $c < 0$, hvort er þá stærra ac eða bc ?
 - Finna á stærsta sameiginlegan þátt talnanna 468 og 556.

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- Tiltekin er talan 10^{10} . Hve oft kemur tölustafurinn 9 fyrir í svarinu sem kemur út þegar 1994001994 er dregin frá henni?

Reikniaðgerðir, reiknikunnátta og mat

- öðlist góða tilfinningu fyrir tölum og stærðum og áhrifum reikniaðgerða á þær þannig að hann geti lagt mat á útkomu
- reikni algengan reikning með tölum á staðalformi
- vinni með tölurnar 0 og 1 sem hlutleysur í samlagningu og margföldun
- kunni skil á samlagningarandhverfum og margföldunarandhverfum, notfæri sér að deiling með tölu jafngildir margföldun með margföldunarandhverfu hennar og ræði hvers vegna talan 0 á sér ekki margföldunarandhverfu
- nái leikni í að reikna samsett dæmi af ýmsu tagi þar sem reikniaðgerðum er blandað saman við veldi og sviga
- nái góðum tökum á öllum aðgerðum á reiknivél sem nota þarf í verkefnum námsefnis í grunnskóla, þ.m.t. ferningsrót, veldi, π og minnistakka
- noti töflureikna til að rannsaka stærðfræðireglur og lögmál, t.d. reikna hornastærð reglulegra marghyrninga
- noti tugveldi til að meta stærðarþrep útkomu
- venjist því að velja milli þess að reikna í huganum, á blaði eða með reiknivél eftir því hversu nákvæmrar niðurstöðu er krafist og viti að reikningur á blaði getur gefið nákvæmari niðurstöðu en reiknivél

Hlutföll og prósentur

- fáist við hlutföll við samanburð á stærðum og geti notað þau í útreikningum
- vinni áfram með hlutföll og mælikvarða á teikningum
- kynnist hlutföllum milli rúmmynda í einni, tveimur og þremur víddum, t.d. hlutföllum milli brúna lengda tveggja teninga, hlutföllum flatarmáls hliðarflata og hlutföllum rúmmáls þeirra

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- nái góðum tókum á prósentureikningi sem algengur er í þjóðfélaginu og kynnist því að hækkun stærðar um ákveðna prósentu og síðan lækkun um sömu prósentu gefur ekki upphaflegu stærðina
- fáist við prósentureikning sem tengist raðgreiðslum, launaútreikningum og afskriftum og beri saman afborgunarverð (t.d. með raðgreiðslum) og staðgreiðsluverð
- skoði launaseðil og þekki útreikninga tengda honum
- nái tókum á vaxtareikningi og öðrum verslunarreikningi

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Ferningur hefur hliðarlengdina 2 cm og annar ferningur hefur hliðarlengdina 5 cm. Hvert er hlutfallið milli ummáls ferninganna? Flatarmáls?
 - Lengd nýfæddis barns er að jafnaði um 52 cm og lengd höfuðs þess um 13 cm. Hve langt yrði höfuð 180 cm fullorðins manns ef þessi hlutföll héldust óbreytt allt æviskeiðið?
 - Í blöndu af matarolíu og ediki eru tveir hlutar olía á móti þremur hlutum ediks. Í hvaða hlutföllum ætti að bæta olíu í þessa blöndu til þess að jafnt verði af olíu og ediki?
 - Rannsaka hlutföll A-stærða í pappírsörkum.

- setji fram reglur um samband milli stærða með töflum, gröfum, formúlum og jöfnum og sýni góða innsýn í sambandið milli þessara mismunandi framsetningarháttá
- nái fullkomnu valdi á lausn fyrsta stigs jöfnu með einni óþekktri stærð og geti beitt þeirri færni á öðrum sviðum stærðfræði, t.d. í rúmfræði og verslunarreikningi

Mynstur og algebra

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- tileinki sér aðferðir til að leysa saman tvær fyrsta stigs jöfnur með tveimur óþekktum stærðum
- leysi einföld orðadæmi með því að setja upp slíkar jöfnur
- leysi einfaldar annars stigs jöfnur með þáttun
- kynnist notkun bókstafa í eðlisfræðilegum lögmálum, t.d. í rafmagnsfræði
- margfaldi upp úr svigum og þátti fyrsta og annars stigs margliður
- noti veldareglur um heiltöluveldi í margvíslegu samhengi
- einfaldi margvíslegar táknaðsamstæður og geri skýran greinarmun á jöfnu og stæðu

- fáist við sambærileg verkefni:
 - Finna lausn:
 $18 + 2x/3 = (6 + x)/9$
 $3x+4y=3$ og $5x+6y=4$
 - Málning er seld í heildsölu í 10 lítra og 25 lítra döllum. Byggingafyrirtæki kaupir 33 dalla af málningu eða samtals 600 lítra. Hve margir dallar voru af hvorri stærð?
 - Einfalda stæðurnar:
 $5(5x-3y) - (x-7)(x-9)$
 $(x^2 - 1)/21 \cdot 7x/(x+1)$
 $4/x + 15/3x$
 $(2x^2y)^3 \cdot (-3x)^2$ og $2a^2b^{-3} / 4a^2b$
 - Þátta $5x^2 - 30 + 15x$, $a^2 - 9$, og $3x^2 - 7x - 10$.
 - Finna á minnsta samfeldi stærðanna $4x^2 - 49$ og $4x^2 + 28x + 49$.
 - Leysa jöfnurnar $x^2 + 49 = 14x$ og $x^2 - 5x + 4 = 0$.
 - Leysa jöfnuna $P = R \cdot I^2$ fyrir R.

Rúmfræði

- tileinki sér hugtökin strýta, kúla og keila, geti lýst þeim í mæltu máli og með teikningum og reiknað rúmmál þeirra
- vinni með einslöggun flatarmynda og tengsl þeirra við hlutföll

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- sýni góðan skilning á metrakerfinu hvað varðar mælingu flatar- og rúmmynda og hafi kynnst öðrum einingum (t.d. þumlungum, mílum og ekrum)
- sýni góðan skilning á hugtakinu rúmmál, kunni reglur um helstu rúmmálsreikninga og geti beitt þeim
- þekki samsvörun milli rúmmáls og mælieininga fyrir vökva og geti breytt þar á milli
- sýni skilning á hugtakinu yfirborðsmál og geti beitt reglum um útreikninga á yfirborðsmáli einfaldra rúmmynda, t.d. strendinga, sivalnings og píramída (og fundið yfirborð keilu með athugunarverkefnum)
- lesi jöfnu beinnar línu, setji hana fram í hnitakerfi og kunni að lesa úr jöfnunni hallatölu og skurðpunkt við y-ás
- sýni þekkingu bæði á rúmfræðilegri og algebrulegri túlkun á hallatölu línu
- kynnist ferli annars stigs falls, þ.e. fleygboga
- fáist við stækkanir og smækkanir og tengsl við einslögun og hlutfallsmælikvarða
- nýti sér regluna um hornasummu þríhyrnings til að leiða út almenna formúlu fyrir hornasummu og hornastærð reglulegs marghyrnings
- kynnist sönnun á reglu Pýþagórasar, útskýri hana og beiti henni á rétthyrnda þríhyrninga
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Athugunarverkefni um feril hlutar sem fær láréttan upphafshraða 5 m/s og lóðréttan upphafshraða 10 m/s. Aðdráttarkraftur jarðar hefur áhrif á lóðréttan hraðann. Hnitin $x = 10t$ og $y = 20t - 5t^2$ eru reiknuð út frá tíma og teiknuð inn í hnitakerfi. Einnig mætti skoða myndband af kastferli eða hermiforrit um kastferla þar sem mismunandi upphafshraði er settur inn.
- sýni þekkingu og skilning á hugtökunum tíðni, hlutfallstíðni, tíðnidreifing, meðaltal, vegið meðaltal, úrtak, tíðasta gildi og miðgildi

Á 10. þrepi er gert ráð fyrir að nemandi

- ræði um hugtakið úrtak, hvað er handahófsúrtak og hvers kyns skekkjur gætu komið fram ef ekki væri um að ræða handahófsúrtak
- álykti og tjái sig um tölfræðilegar upplýsingar, meti ályktanir sem dregnar eru af gögnum og kynnist því sem þarf að varast þegar slíkar ályktanir eru dregnar
- fáist við skilyrt líkindi
- sýni þekkingu á mun á fræðilegum líkum, líkum sem leiddar eru af tilraunum og huglægu mati á líkum án tilrauna
- reikni líkur í einföldum tilvikum þar sem einungis endanlega margar útkomur koma til greina
- fáist við sambærileg verkefni:
 - Hverjar eru líkur þess að dregin hafi verið drottning úr spilabunka ef vitað er að spilið var mannspil?
 - Til að námunda fjölda silunga í litlu stöðuvatni veiðir Jón 26 silunga, merkir þá og sleppir þeim svo aftur. Nokkru seinna veiðir hann 42 silunga og eru 6 þeirra merktir. Hvað má ætla að silungarnir í vatninu séu margir samtals?
 - Ræða um huglægar líkur, fræðilegar líkur og líkur leiddar af tilraunum.
 - a) Huglægar: Jón kaupir eina röð í lottói og segir: Nú er 100% öruggt að ég fæ stóra vinninginn.
 - b) Með tilraun: Jón hefur keypt 1027 raðir í lottói og aldrei fengið stóra vinninginn. Líkurnar eru því 0.
 - c) Fræðilegar: Hægt er að reikna það út að fræðilegar líkur á lottóvinningi séu $1/501.942$.
 - Nemendur búi til og ræði svipuð dæmi um happdrættisvinninga eða skafmiða.
 - Vitað er að tveir spilamenn í bridds hafa samlagt sex tromp á hendi. Hvað eru miklar líkur á að trompin skiptist 3-3 á hendurnar tvær?

AÐALNÁMSKRÁ GRUNNSKÓLA 1999 ER GEFIN ÚT Í TÓLF HEFTUM

ALMENNUR HLUTI

ÍSLENSKA

STÆRÐFRÆÐI

ERLEND TUNGUMÁL

HEIMILISFRÆÐI

ÍÞRÓTTIR – LÍKAMS- OG HEILSURÆKT

KRISTIN FRÆÐI, SIÐFRÆÐI, TRÚARBRAGÐAFRÆÐI

LISTGREINAR

LÍFSLEIKNI

NÁTTÚRUFRÆÐI

SAMFÉLAGSGREINAR

UPPLÝSINGA- OG TÆKNIMENNT

